

HIDRAULIČKA ANALIZA RECIRKULACIONIH TOKOVA

Dr Miodrag B. JOVANOVIĆ, dipl. građ. inž.
mjovanov@grf.bg.ac.rs

REZIME

Hidraulička analiza recirkulacionog strujanja na ulazu u zaliv ilustrovana je primerom Čukaričkog zaliva na reci Savi u Beogradu. U jednom ranijem radu prikazani su rezultati numeričke simulacije ovog strujanja primenom 2D modela i opisan je način na koji su ti rezultati korišćeni u projektu uređenja obale. U ovom radu je načinjen korak dalje u izučavanju recirkulacionog strujanja pomoću 2D i 3D modela, u pravcu ispitivanja onih hidrauličkih veličina (kinetičke energije, vrtložnosti i dr.) koje mogu dodatno da okarakterišu strujno polje. Obavljeno je poređenje rezultata proračuna dobijenih pomoću modela zasnovanog na vremenskom osrednjavanju Navie Stoksovih jednačina (RANS) i modela zasnovanog na prostornom osrednjavanju istih jednačina - modelu velikih vrtloga (LES). Upoređeni su i rezultati 2D i 3D modela. Sve ovo ima praktične implikacije, jer od recirkulacionog strujanja zavisi zasipanje ulaza u zaliv, a primenom numeričkih modela mogu se efikasno proveriti inženjerska rešenja za smanjenje zasipanja i troškova bagerovanja.

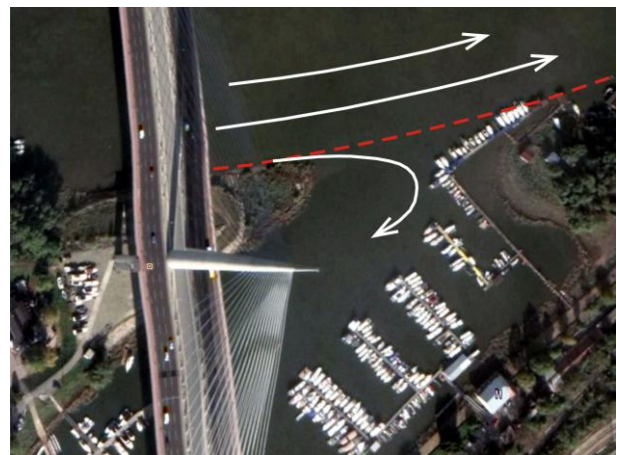
Ključne reči: recirkulacioni tokovi, zasipanje zaliva, numerički 2D i 3D modeli

1. UVOD

Ulaz u rečni zaliv ili lučki bazen predstavlja diskontinuitet obale koji izaziva skretanje strujnica i pojavu recirkulacionog strujanja (Slika 1). Ovo strujanje karakteriše postepena disipacija kinetičke energije, što ima za posledicu taloženje suspendovanog nanosa na ulazu u zaliv. Ne postoji mogućnost da se taloženje u potpunosti spreči, samo se mogu razmatrati mere za usporavanje taloženja, odnosno smanjenje učestalosti bagerovanja.

U okviru projekta uređenja obale reke Save na ulazu Čukarički zaliv, posebno oko pilona mosta na Adi (Slika 2), Građevinski fakultet iz Beograda je 2011.

godine izradio hidrauličku studiju koja se bavila problemom zasipanja ovog zaliva [7].



Slika 1. Formiranje recirkulacionog strujanja na ulazu u zaliv (GoogleEarth®).

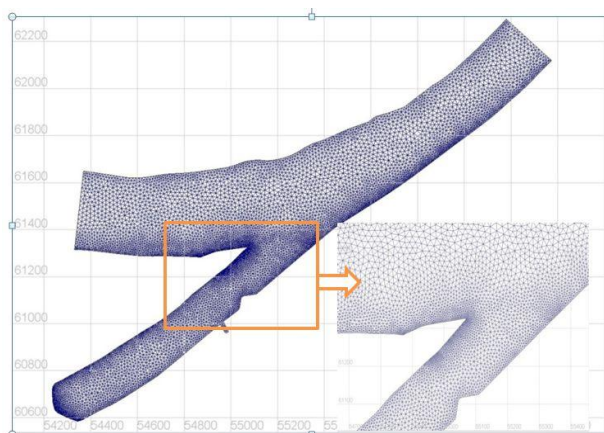


Slika 2. Računski domen iz Studije uređenja ulaza u Čukarički zaliv [7].

Cilj novog istraživanja je bio da se pomoću 2D i 3D modela detaljnije ispita priroda konkretnog recirkulacionog strujanja. To je sprovedeno numeričkom simulacijom ustaljenog tečenja pri izabranom protoku $Q_{iv} = 3000 \text{ m}^3/\text{s}$. Ovaj protok, zastupljenosti 10% i prosečnog trajanja 36 dana/god, izabran je kao merodavan jer potpuno ispunjava glavno korito, kada su transport nanosa i morfološke promene u koritu najveći. Rezultati novih istraživanja poslužili su da se donesu neki opšti zaključci u vezi sa mogućnošću numeričke simulacije i analize recirkulacionih tokova.

2. PRORAČUNI RAVANSKOG (2D) STRUJANJA

Dinamika ravanskog (2D) strujanja u rekama može se analizirati pomoću raznih numeričkih modela [1, 2, 3, 4, 9]. Pomoću ovih modela najčešće se rešavaju San Venanove jednačine u kojima figurišu dubina i dve komponente brzine osrednjene po dubini. Rešenje je trenutni raspored dubine i brzine u horizontalnoj ravni. Numeričko rešavanje zahteva diskretizaciju računске oblasti, koja je u ovom slučaju obavljena metodom konačnih elemenata - MKE (Slika 3), a računski postupak je zasnovan na tehničkom etapnom rešavanju (eng. „fractional step method”) [3, 5, 6, 9, 11].



Slika 3. Računska mreža 2D modela koja se sastoji od 16356 trougaona elementa i 8732 čvora; prosečna dužina elemenata je 6,5 m, a prosečna površina elementa, 50 m² [7].

Kako su San Venanove jednačine izvedene osrednjavanjem po dubini već vremenski osrednjenih Navie Stoksovih (Rejnoldsovih) jednačina, može se reći da ovaj model spada u kategoriju tzv. RANS modela (eng. “Reynolds Averaged Navier Stokes”) [1].

Jedan od ciljeva ispitivanja je bio je da se uporede rezultati koje daje model zasnovan na vremenskom osrednjavanju (RANS) i rezultati koje daje model zasnovan na prostornom osrednjavanju Navie Stoksovih jednačina (LES - eng. „Large Eddy Simulation”).

U prvom slučaju, za modeliranje turbulencije korišćen je najjednostavniji model konstantne vrtložne (turbulentne) viskoznosti, zasnovan na Businesskovoj analogiji sa molekularnom viskoznošću [9], bez dopunskih jednačina (eng. „zero equation model”). U ovom radu, taj model će biti označen kao „Model 0”.

U drugom slučaju, primenjena je metoda „velikih vrtloga” LES [2, 3, 4, 10]. Polazeći od činjenice da se turbulentna struktura toka sastoji od mnoštva vremenskih i prostornih razmera (velikih i malih vrtloga), model LES razdvaja velike vrtloge koji su srazmerni veličini rečnog korita, od malih vrtloga, koji čine anizotropni deo turbulentne strukture u kojoj dolazi do prigušenja fluktuacija i rasipanja kinetička energije glavnog toka. Granica između velikih i malih vrtloga najčešće je određena prostornim korakom računске mreže ϕ (u ovom slučaju je $\phi \approx 6,5 \text{ m}$). Za prostorno osrednjavanje (filtriranje) osnovnih jednačina koriste se razne „filtarske funkcije” [2, 3, 4, 10], pri čemu širina filtra odgovara najmanjem vrtlogu koji se rešenjem može dobiti. Mali vrtlozi, čije su dimenzije ispod računске rezolucije (skraćeno SGS od engl. „SubGrid Scale”) moraju se modelirati jer nisu obuhvaćeni osnovnim rešenjem. Radi se o modeliranju tzv. SGS Rejnoldsovih napona u dinamičkoj jednačini, koji se javljaju kao posledica prostornog osrednjavanja (filtriranja).

Po modelu Smagorinskog [1, 2, 3], turbulentna viskoznost je definisana po analogiji sa dužinom mešanja jednako veličini vrtloga manjih od veličine trougaonih elemenata računске mreže:

$$\nu_t = (C_s \cdot \Delta)^2 \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}}, \quad (1)$$

gde je tenzor brzine deformacije:

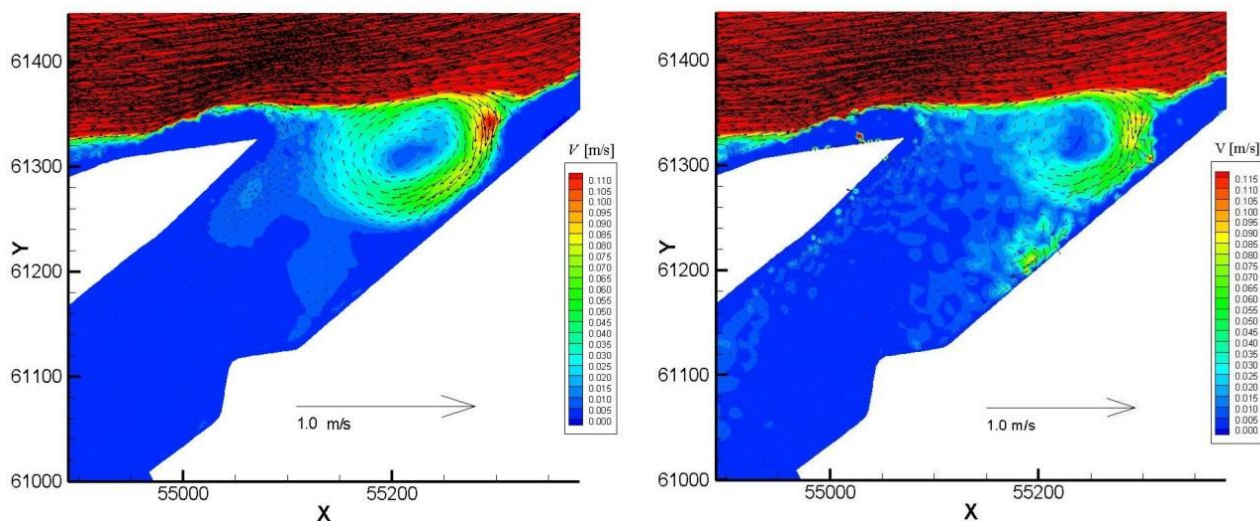
$$\bar{S}_{ij} = \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (i, j = 1, 2). \quad (2)$$

Vrednosti konstante Smagorinskog su predmet procene i u većini slučajeva iznose $C_s = 0,16 - 0,20$ [1, 2]. Treba takođe napomenuti da model Smagorinskog podrazumeva da su na nivou malih vrtloga produkcija turbulentne kinetičke energije i brzina njene disipacije u ravnoteži. U ovom radu model Smagorinskog biće označen kao „Model LES”.

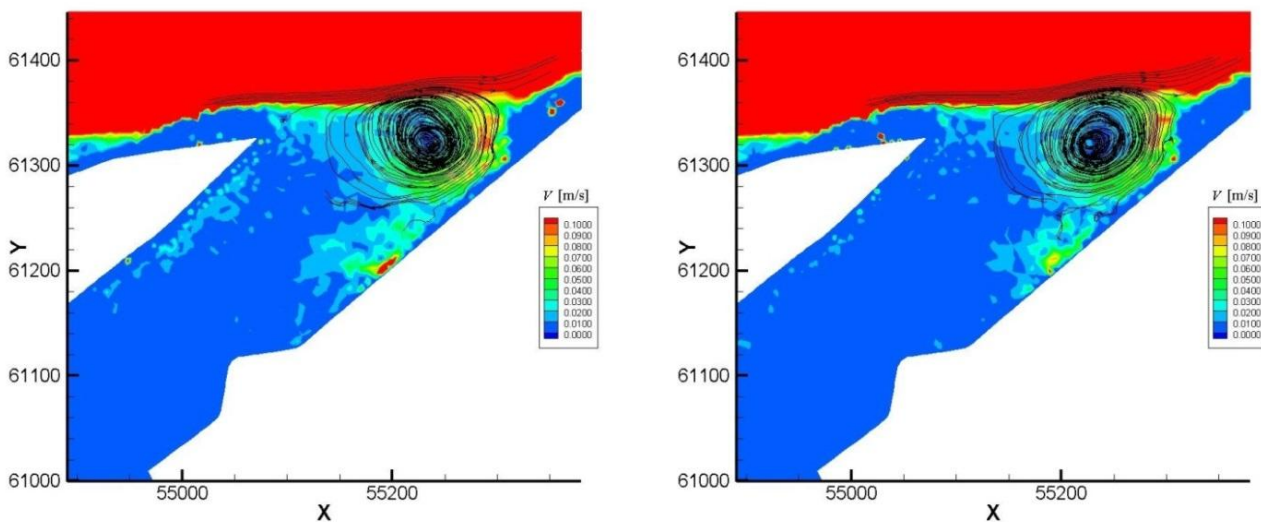
2.1 Vektorsko polje brzine

Na Slici 4 uporedno je prikazano vektorsko polje brzine dobijeno pomoću Modela 0 i modela LES pri protoku $Q_{v0}=3000 \text{ m}^3/\text{s}$. Na istoj slici uporedo je prikazan i raspored intenziteta brzine u vrtložnom toku. Na Slici 5 prikazane su strujnice.

Može se zaključiti da su brzine u recirkulacionom toku veoma male; najveća lokalna brzina javlja se na početku ulaznog toka u Zaliv i po oba modela iznosi oko 0,1 m/s. Kružne strujnice koje daju oba modela veoma su slične.



Slika 4. Vektorsko polje brzine i intenzitet brzine (do 0,115 m/s); levo: Model 0; desno: Model LES.

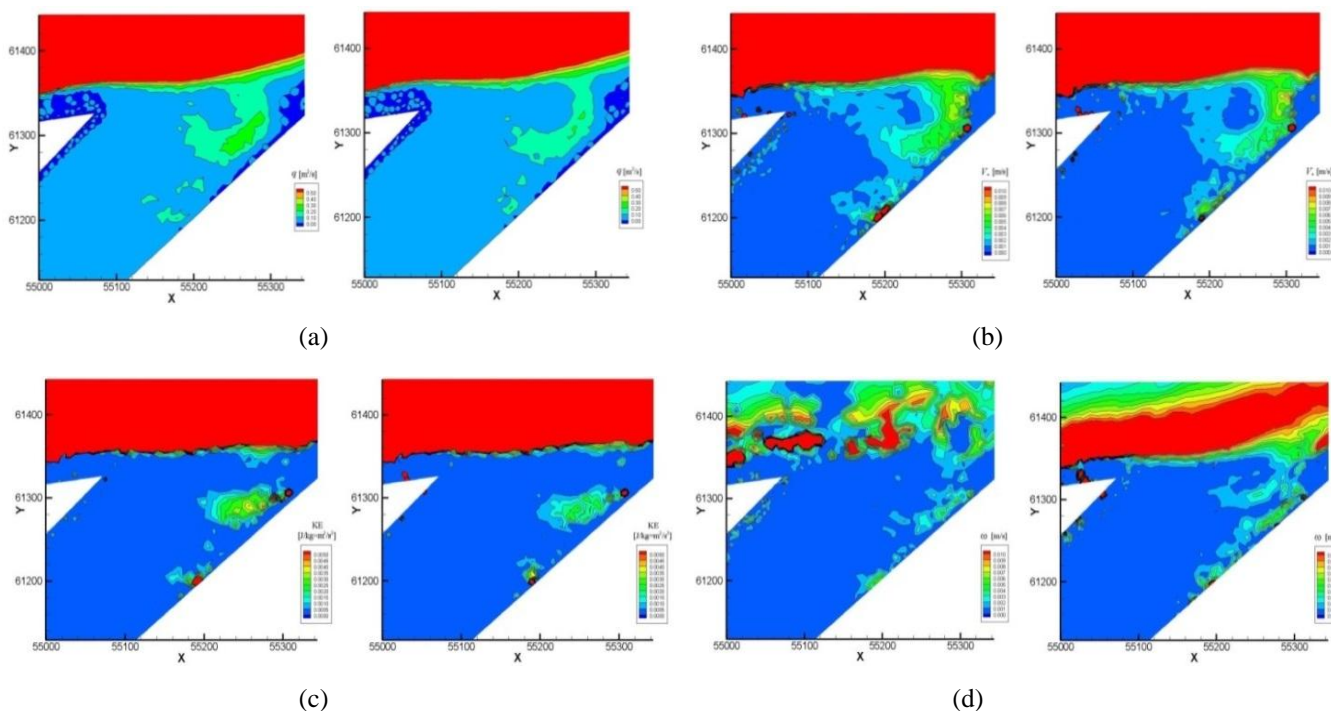


Slika 5. Strujnice i intenzitet brzine (do 0,1 m/s); levo: Model 0; desno: Model LES.

2.2 Skalarna polja

Na Slici 6 prikazana su skalarna polja koja proizilaze iz polja brzine. To su polja jediničnog protoka q [m^2/s],

smičuće brzine V_* [m/s], kinetičke energije po jedinici mase KE [$\text{J}/\text{kg}=\text{m}^2/\text{s}^2$] i vrtložnosti (intenziteta rotora brzine) ω [m/s].



Slika 6. Skalarna polja sračunata pomoću Model 0 i Modela LES; (a) jedinični protok; (b) smičuća brzina; (c) kinetička energija po jedinici mase i (d) intenzitet vrtložnosti.

Smisao prikaza intenziteta i prostornog rasporeda navedenih hidrauličkih skalarnih veličina je u tome što su sve povezane sa režimom nanosa i morfodinamikom rečnog korita. Jedinični protok ukazuje na intenzitet uvlačenja vode i suspendovanog nanosa iz rečnog toka u Zaliv. Smičuća brzina ukazuje na pokretanje vučenog nanosa, kao i na taloženje suspendovanog nanosa, dok su intenzitet i raspored kinetičke energije i vrtložnosti takođe indikatori brzine taloženja nanosa posredstvom recirkulacionog strujanja. Što je veća kinetička energija toka po jedinici mase, to je sporije taloženje suspendovanog nanosa. Kao mera *lokalne* rotacije fluidnih delića, vrtložnost nema veze sa globalnom recirkulacijom, ali upućuje na energetski status fluidnih delića. Naime, ako pri kretanju fluidnih delića u svakoj tački strujnog polja postoji i rotacija ovih delića, onda takav tok sadrži više energije nego u slučaju kada se delići kreću bez lokalne rotacije. Na taj način i vrtložnost, o kojoj će još biti reči u nastavku, utiče na brzinu taloženja suspendovanih čestica.

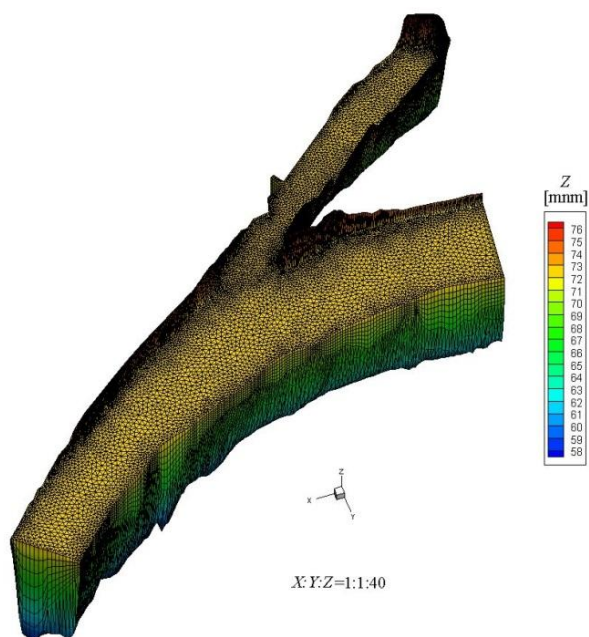
Na osnovu rezultata prikazanih na Slikama 4-6, može se zaključiti da u ovom slučaju oba pristupa u modeliranju daju slične rezultate. Jedno tumačenje je da se radi o sporom recirkulacionom strujanju nametnutom veličinom i geometrijom strujne oblasti, sa dominantnim uticajem trenja. To znači da turbulencija u horizontalnoj ravni ima sekundarnu ulogu, pa razni modeli turbulencije daju slične rezultate. Ovo je i ranije zapaženo kod velikih reka [9]. Drugo moguće objašnjenje je da je u ovom slučaju gustina prostornog filtra isuviše velika da bi SGS komponenta u modelu LES došla do značajnijeg izražaja.

3. PRORAČUNI PROSTORNOG (3D) STRUJANJA

Poznato je da se prostorno (3D) strujanje opisuje Navie-Stoksovima jednačinama održanja mase i količine kretanja [1, 2, 3, 9]. Ovde je za proračun ovog strujanja korišćena metoda konačnih elemenata. Prostorni element je u obliku prizme, sa osnovom trougaonog

oblika i vertikalnim stranicama, sa ukupno 6 čvorova (Slika 7). Vertikalna projekcija 3D računске mreže je 2D mreža trougaonih linearnih elemenata (Slika 3). Problem promenljivosti računskog domena u vertikalnom pravcu rešen je „sigma transformacijom“ – korišćenjem topografiji prilagodljivog koordinatnog sistema, pri čemu se nepravilna fizička oblast transformiše u fiksnu računsku oblast pravilne konfiguracije [6].

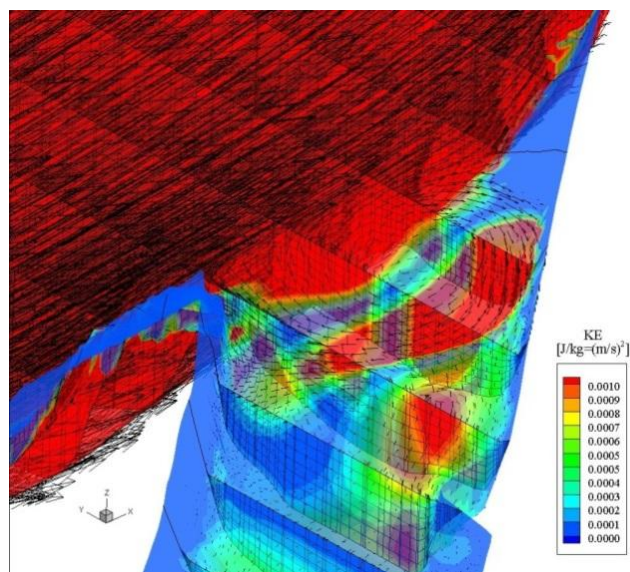
Kao kod 2D modela, razdvajanjem diferencijalnih operatora, osnovne jednačine se etapno rešavaju [3, 6, 9, 11].



Slika 7. Računska mreža 3D modela obuhvata 8 ravni po dubini i sastoji se od 8 mreža sa Slike 3, što znači da računска mreža 3D modela ima ukupno oko 70000 čvorova.

Na Slikama 8-11 prikazani su rezultati numeričke simulacije prostornog (3D) recirkulacionog strujanja. Prednost 3D modela je što daju raspored vektorskih i skalarnih veličina po dubini toka, a to je naročito bitno kod izučavanja suspendovanog nanosa. Ilustracije radi, na Slici 8 prikazan je raspored po dubini kinetičke energije po jedinici mase KE (J/kg).

Na Slici 9 prikazan je prostorni raspored vektora brzine na ulazu u Zaliv. Može se uočiti opadanje brzine po dubini recirkulacionog toka. Ovaj raspored ukazuje i na postojanje još jednog, sekundarnog vrtloga, koji se ne nazire kod 2D modela.



Slika 8. Numerička simulacija recirkulacionog strujanja: kinetička energija toka po jedinici mase.

Strujnice na Slici 9 daju položaj jezgra recirkulacionog strujanja, u čijoj blizini putanje fluidnih delića postaju veoma nepravilne u odnosu na pravilne kružne trajektorije po obodu recirkulacione oblasti. Slika 10 ilustruje velike mogućnosti koje pruža 3D model u smislu da se strujno polje može izdvojiti i analizirati na bilo kojoj zahtevanoj dubini toka.

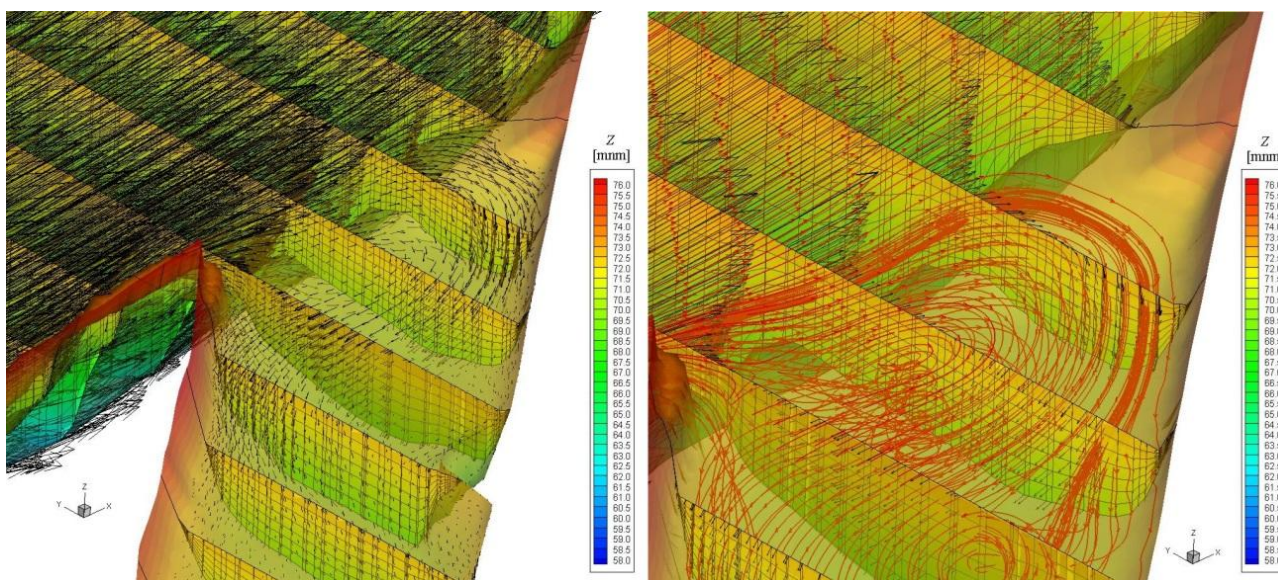
Konačno, na osnovu Slike 11 može se dati dopunsko tumačenje vrtložnosti kao jednog od parametara recirkulacionog strujnog polja. Naime, kao što je poznato, vrtložnost 3D vektorskog polja je po definiciji rotor brzine $V(u, v, w)$:

$$\vec{\omega} = \text{rot} \vec{V} = \nabla \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} \quad (3)$$

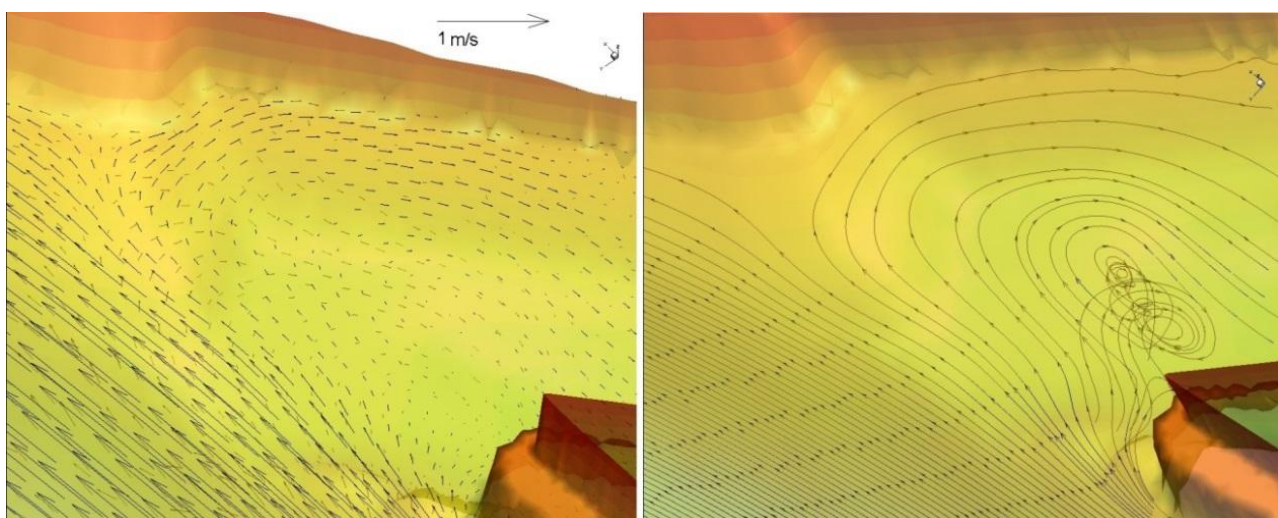
Iz izraza (3) sledi da je vrtložnost vektorska veličina, jer predstavlja vektorski proizvod gradijenta i brzine. Na Slici 11-(a) prikazani su vektori vrtložnosti i intenzitet vrtložnosti, koji je jednak dvostrukoj brzini rotacije fluidnih delića. Kao što vektori brzine tangiraju strujnice, tako vektori vrtložnosti (radi bolje vidljivosti, na Slici 11 su svi iste dužine) tangiraju linije vrtložnosti. Te linije predstavljaju lokalne osovine rotacije fluidnih delića, u svakoj tački. Linije vrtložnosti formiraju cevi vrtložnosti.

Na osnovu Stoksove teoreme, cirkulacija oko proizvoljne zatvorene konture jednaka je fluksu vrtložnosti kroz površinu unutar te konture i predstavlja „jačinu” tako

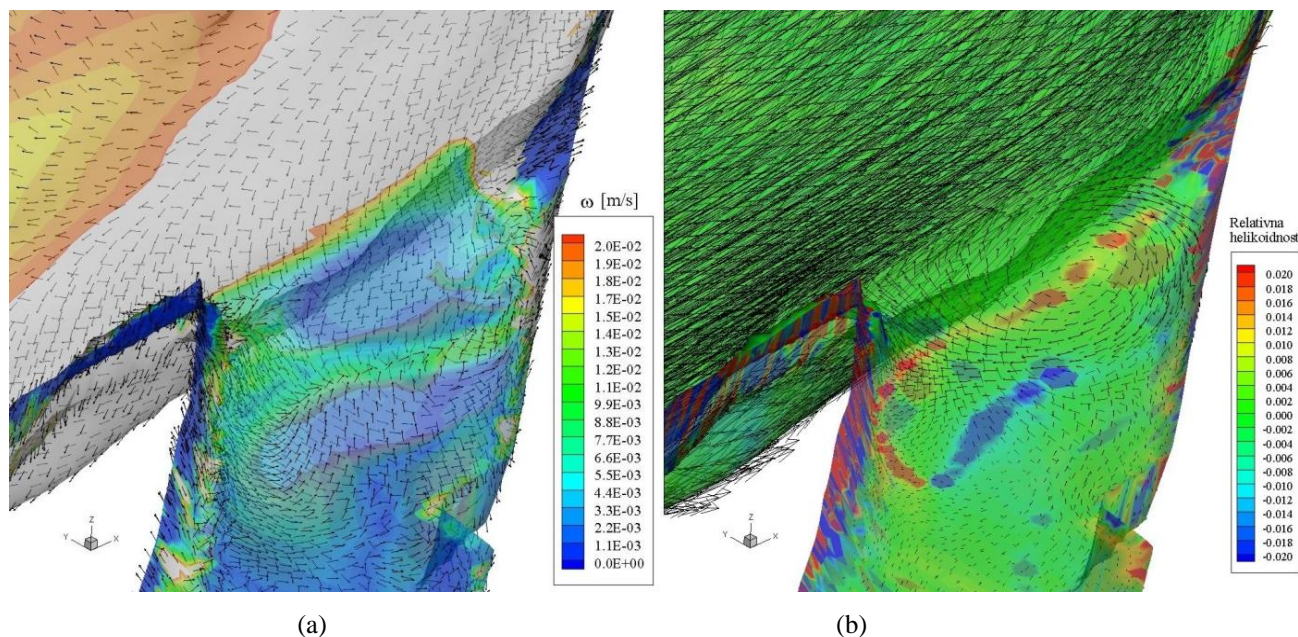
formiranje vrtložne cevi, što se takođe može koristiti kao indikator vrtložne strukture toka (videti na primer video prezentaciju: <http://web.mit.edu/hml/ncfmf/09VOR.pdf>).



Slika 9. Numerička simulacija recirkulacionog strujanja: vekori brzine i strujnice



Slika 10. Numerička simulacija recirkulacionog strujanja: brzine i strujnice na 1 m ispod površine



Slika 11. Indikatori recirkulacionog strujanja: (a) vrtložnost; (b) relativna helikoidnost.

Kao dodatni indikator 3D polja može se koristiti skalarni proizvod vektora brzine i vektora vrtložnosti - skalarna veličina „helikoidnost“. Fizičko značenje helikoidnosti postaje jasnije kada se normalizuje i prikaže u vidu „relativne helikoidnosti“:

$$H_r = \frac{\vec{\omega} \cdot \vec{V}}{|\omega||V|} = \cos \alpha_{\omega,V}. \quad (4)$$

Ova veličina predstavlja kosinus ugla koga zaklapaju vektori brzine i vrtložnosti, tako da se vrednosti H_r kreću između -1 i +1. Relativna helikoidnost predstavlja indikator orijentacije vektorskog polja brzine u odnosu na vektorsko polje vrtložnosti. Što je vrednost H_r bliža ± 1 , to više vektori $\vec{\omega}$ i \vec{V} teže da budu paralelni ($\alpha_{\omega,V} \rightarrow 0^\circ$), a to je slučaj u blizini jezgra vrtloga usmerenih u pravcu glavnog toka (na primer vrtloga koji iza sebe ostavljaju brodovi ili automobili). Imajući ovo u vidu, raspored veličine H_r daje efekatan način lociranja prostorne strukture toka. Naime, ako se vektorsko polje brzine preklopi preko skalarnog polja H_r (Slika 11-(b)), dobija se mogućnost sagledavanja gde strujanje ima naglašeno prostorni (3D) karakter, a gde se može smatrati da je ravansko (2D).

U konkretnom slučaju se uočava da su vrednosti relativne helikoidnosti male, što znači da su vektori $\vec{\omega}$ i \vec{V} međusobno skoro ortogonalni. Ovo upućuje na zaključak da je za numeričku simulaciju datog

recirkulacionog strujanja dovoljan 2D model i da 3D model možda i nije neophodan.

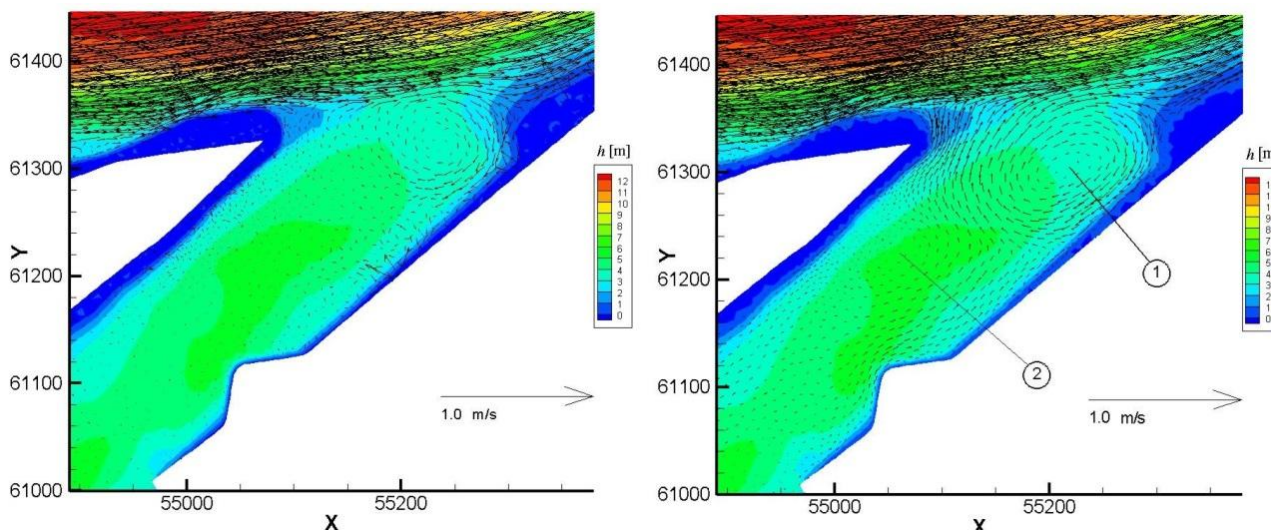
Izneta konstatacija otvara pitanje da li je to u potpunosti tačno i koliko se zapravo razlikuju rezultati 2D i 3D modela? Da bi se dao odgovor na ovo pitanje, rezultati 3D modela su „oboreni“ u horizontalnu ravan kako bi se mogli uporediti sa rezultatima 2D modela. Za to je bilo potrebno da se obavi osrednjavanje po dubini komponenti brzine 3D modela. Integracija po dubini je izvršena trapeznim pravilom na osnovu vrednosti koje su sračunate u 8 računskih ravni 3D modela. Sa tako osrednjenim horizontalnim komponentama brzine sračunata su karakteristična vektorska i skalarna polja recirkulacionog strujanja, koja su zatim upoređena sa odgovarajućim poljima koje je dao „izvorni“ 2D model (Slike 12-14). Svi proračuni su urađeni za karakteristični protok $Q_w=3000 \text{ m}^3/\text{s}$.

Može se konstatovati da se rezultati ne razlikuju mnogo u brojnim vrednostima, ali se raspored razmatranih veličina veoma razlikuje. Na Slici 12 se može uočiti da je recirkulaciona oblast koju daje 3D model je primetno veća od one koju daje 2D model. Pored primarnog vrtloga, 3D model pokazuje i drugi, sekundarni vrtlog u kontra smeru (Slika 12, vrtlog br. 2).

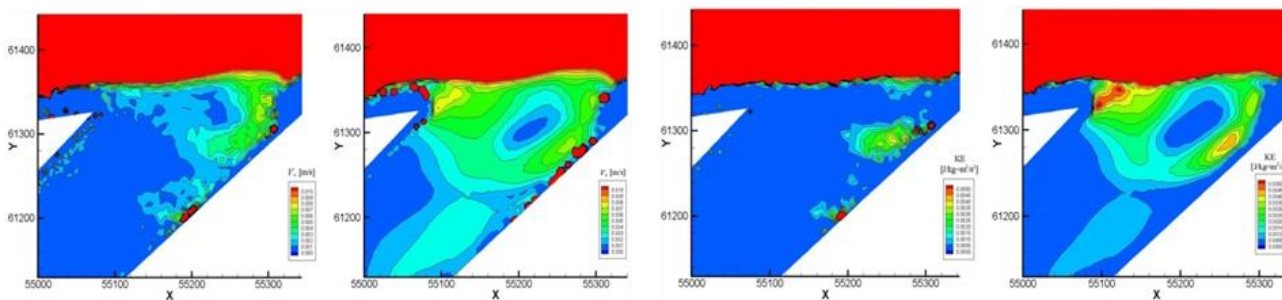
Poređenjem skaranih polja na Slici 13 može se zapaziti da 3D model daje pravilniji oblik recirkulacione oblasti koja,

za razliku od one kod 2D modela, praktično zahvata ceo zaliv po širini, a njen uticaj se širi ka unutrašnjosti Zaliva. Veoma se razlikuju i rasporedi intenziteta vrtložnosti (Slika 14-(a)), pri čemu treba imati u vidu da u slučaju 2D strujanja, vrtložnost opisuje rotaciju fluidnih delića oko vertikalne ose. Konačno, za praksu može biti od koristi

indikator u obliku odnosa smičuće brzine V_* i brzine tonjenja W čestica suspendovanog nanosa; raspored vrednosti ovog indikatora $V_*/W < 1$, prikazan na Slici 14-(b), ukazuje na mesta gde se može očekivati intenzivno taloženje suspendovanog nanosa.



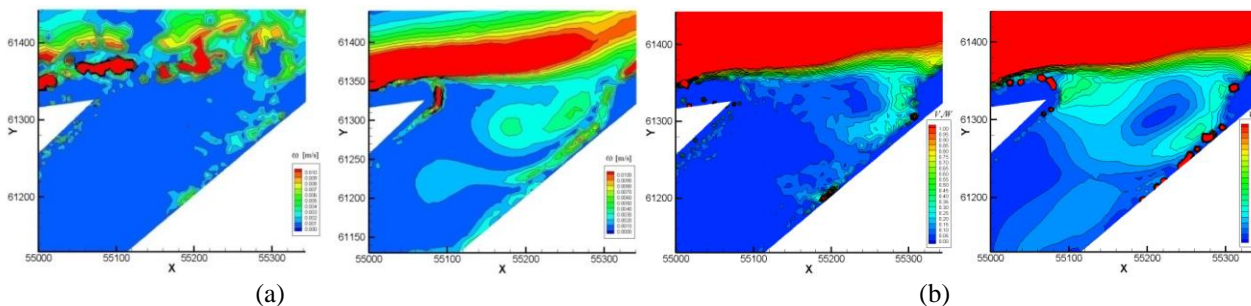
Slika 12. Poređenje vektorskih polja brzine dobijenih pomoću 2D i 3D modela



(a)

(b)

Slika 13. Poređenje skaranih polja dobijenih pomoću 2D i 3D modela; (a) smičuća brzina; (b) kinetička energija.



(a)

(b)

Slika 14. Poređenje rezultata dobijenih pomoću 2D i 3D modela: (a) intenzitet vrtložnosti i (b) vrednosti odnosa smičuće brzine V_* i brzine tonjenja W čestica suspendovanog nanosa krupnoće 0,2 mm (na slici je prikazana oblast taloženja suspendovanog nanosa u kojoj su vrednosti $V_*/W < 1$)

Prikazani rezultati relativizuju zaključak izveden iz malih vrednosti relativne helikoidnosti da su prostorni efekti datog recirkulacionog toka relativno slabo izraženi i da je za numeričku simulaciju ovog strujanja primena 2D modela sasvim dovoljna.

4. ZAKLJUČCI

- 1) Numerički 2D i 3D modeli su moćni alati za rešavanje praktičnih problema koji zahtevaju dobro poznavanje hidrauličkih i morfodinamičkih procesa.
- 2) Pri 2D simulaciji velikih rečnih tokova nije redak slučaj da na rezultate ne utiče primenjeni model turbulencije, zbog toga što je strujna slika oblikovana geometrijom korita i što trenje ima dominantnu ulogu.
- 3) Kod računskih mreža sa velikim brojem malih elemenata, gustina prostornog filtra može biti isuviše velika da bi SGS komponenta u modelu LES došla do izražaja, tako da se veoma slični rezultati mogu dobiti i jednostavnim modelom turbulencije sa konstantnom vrtložnom viskoznošću.
- 4) Vrtložnost i helikoidnost mogu biti korisni indikatori karaktera recirkulacionih tokova upućujući na zone povećane energije rotirajućih fluidnih delića, kao i zone izrazito prostornog (3D) strujanja.
- 5) Prednost 3D modela u odnosu na 2D model nije samo u tome što daje raspored hidrauličkih vektorskih i skalarnih veličina po dubini toka, već i u tačnijem rasporedu tih veličina u horizontalnoj ravni. Ove prednosti preporučuju 3D modele za proračun i analizu recirkulacionih tokova.

LITERATURA

- [1] Chung, T.J. (2002) *Computational Fluid Dynamics*, Cambridge University Press.
- [2] Ferziger, J.H., Perić, M. (1996) *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer, Berlin, Heidelberg, New York.
- [3] Hervouet, J-M. (2007) *Hydrodynamics of Free Surface Flows - modelling with the finite element method*, John Wiley & Sons.
- [4] Ivetić, M. (1989) *Numerical Simulation of Turbulent Flow in Shallow Flow Domains by SCS Modelling*, Doktorska disertacija, Univerzitet Kjoto.
- [5] Jovanović, M. (2015) *Uticaj sistema napera na uzvodno usporavanje toka*, 17. Savetovanje SDHI i SDH, Vršac.
- [6] Jovanović, M. (2012) *Proračun prelivnih tokova pomoću prostornog (3D) numeričkog modela*, 16. Savetovanje SDHI i SDH, Donji Milanovac.
- [7] Jovanović, M., Kapor, R., Zindović, B. (2011) *Studija hidrotehničkog uređenja ulaza u Čukarički zaliv u uslovima nastalim izgradnjom novog mosta na reci Savi*, Građevinski fakultet, Beograd.
- [8] Jovanović, M., Kapor, R., Prodanović, D., Zindović, B. (2006) *Upgrading Environmental Projects by CFD Modelling*, 23. Conference of the Danube Countries on the Hydrologic Forecasting and Hydrological Bases of Water Management, Belgrade, Serbia.
- [9] Jovanović, M. (1998) *Osnove numeričkog modeliranja ravanskih otvorenih tokova*, Građevinski fakultet Beograd.
- [10] Kapor, R. (1997) *Matematički model tečenja vode u plitkim oblastima strujanja sa osnovnim jednačinama osrednjenim po prostoru*, Doktorska disertacija, Građevinski fakultet, Beograd.
- [11] Telemac modelling system (2010), 2D/3D Hydrodynamics, Operating/Reference Manuals.
- [12] Van Schijndel, S., Kranenburg, C. (1998) Reducing the siltation of a river harbour, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 36, No. 5, pp. 803-814

HYDRAULIC ANALYSIS OF RECIRCULATING FLOWS

by

Miodrag B. JOVANOVIĆ

Summary

Hydraulic analysis of the recirculating flows on the bay entrances is demonstrated by a case study pertaining to the Čukarički Bay on the Sava River in Belgrade. In an earlier paper the results of numerical simulation of such a flow, obtained by a 2D model, were presented, and it was shown how these results were implemented in a river training project. This paper makes a step further in studying recirculating flows by 2D and 3D models, by investigating those hydraulic quantities (kinetic energy, vorticity, etc.) which can additionally characterise the flow field. Results obtained by the conventional model based on temporal averaging of the Navier Stokes

equations (RANS) are compared with results obtained by a model based on space averaging of the same equations, namely the large eddy simulation (LES). Results obtained by 2D and 3D models are also compared. All this has practical implications, as the recirculation flow is related to the siltation potential at the bay entrance, while the numerical models can be used to efficiently evaluate engineering design solutions for diminishing siltation and dredging costs.

Key words: recirculating flows, siltation in river bays, numerical 2D and 3D models

Redigovano 4.11.2018.