Hidraulički i morfološki efekti protočnih napera

Miodrag Jovanović¹

APSTRAKT. Protočni naperi se koriste za stabilizaciju rečne obale ili za smanjenje zasipanja ulaza u lučke bazene. Sastoje se od niza razmaknutih, različito raspoređenih elemenata - najčešće cevastih šipova - između kojih struji voda. U ovom radu se, kroz ilustrativni primer, prikazuje empirijski pristup u analizi uticaja protočnog napera na strujno polje i lokalnu deformaciju rečnog dna. Zatim se prikazuju mogućnosti numeričkog 2D i 3D modeliranja razmatranog fenomena. Na osnovu dobijenih rezultata, formulisani su zaključci koji mogu korisno poslužiti projektanitma da sagledaju šta se može očekivati od empririjskih, a šta od numeričkih modela i da procene kada u praksi ima smisla primeniti prvi, a kada, drugi pristup.

Ključne reči: protočni naperi, lokalna deformacija rečnog korita, numerički 2D i 3D modeli

Hydraulic and morphologic effects of pile groynes

ABSTRACT. Pile groynes are used to stabilize river banks or to reduce siltation at the harbor entrances. Various configurations of pile groynes are possible, as long as water flows freely between piles. In this paper, through an illustrative example, an empirical approach is presented for evaluation of the pile groynes impact on the flow field and the local deformation of the river bed. Then possibilities of the numerical 2D and 3D modeling of the same phenomenon are presented. The obtained results are used for formulating conclusions which can be useful to designing engineers to assess what can be expected from the empirical the numerical approaches, and to estimate when it is reasonable to use the first, and when, the second approach.

Key words: pile groynes, local river bed deformation, numerical 2D and 3D models

¹Dr Miodrag Jovanović, Građevinski fakultet Beograd, redovni profesor u penziji, <u>mjovanov@grf.bg.ac.rs</u>

1 Uvod

Poznato je da su naperi regulacione građevine za sužavanje proticajnog profila na pravolinijskim deonicama i u rečnim krivinama, sa ciljem stabilizacije potojeće obale, ili formiranja nove obale u vidu zasutih međunaperskih polja. *Protočni naperi* su specifični po tome što se sastoje od niza razmaknutih konstruktivnih elemenata (najčešće cevastih šipova) između kojih slobodno struji voda (Slika 1).



Slika 1. Tipičan usamljeni protočni naper od cevastih šipova [10]. Figure 1. A typical single pile groyne [10].

Za razliku od konvencionalnih napera, protočni naperi ne stvaraju karakterističnu recirkulacionu zonu neposredno nizvodno od napera, koja izaziva taloženje nanosa. To čini protočne napere regulacionim građevinama za *smanjenje koncentrisanog* istaložavanja nanosa, što je, na primer, poželjno kod ulaza u lučke bazene. Ustanovljeno je da primenom protočnih napera, stepen zasipanja bezena se može drastično smanjiti [9], što značajno redukuje učestalost i troškove bagerovanja. Kod nas je razmatrana mogućnost primene protočnih napera na reci Savi, neposredno uzvodno od ulaza u Čukarički zaliv (Slika 2).



Slika 2. Numerička simulacija recirkulacionog strujanja na ulazu u Čukarički zaliv na reci Savi [6] i jedna od razmatrnih konfiguracija protočnih napera za smanjenje uvlačenja nanosa u zaliv.

Fig. 2. Numerical simulation of recirculating flow at the entrance of the Čukarički Bay on the Sava river [6], and one considered configuration of pile groynes for reducing silting of the bay.

Cilj ovog rada je da se ispita mogućnost predviđanja efekata protočnih napera, da bi ovaj tip napera našao širu primenu u praksi. Za analizu efekata napera, projektantima su na raspolaganju: (i) empirijski izrazi, (ii) numerički modeli i (iii) fizički modeli. U ovom radu se razmatra isključivo računski pristup (i) i (ii). Izabran je jedan od empirijskih modela i na konkretnom primeru je analizirano kako na strujno polje i rečno dno utiču usamljeni protočni naper od cevastih šipova i sistem takvih napera. Zatim je na istom

primeru ilustrovana primena ravanskog (2D) modela. Na osnovu rezultata došlo se do zaključaka koji mogu poslužiti kao smernice projektantima u praksi.

2 Primena empirijskih modela

Empirijski modeli protočnih napera prisutni su uglavnom u ruskoj literaturi [2,8]. Ovi modeli posebno tretiraju usamljeni protočni naper i sistem protočnih napera.

2.1 Usamljeni protočni naper

Na Slici 3 je prikazano je rečno korito shematizovanog pravougaonog poprečnog preseka, sa protočnim naperom od cevastih šipova.



Slika 3. Protočni naper; gore: poprečni presek, dole: uzdužni profil. Figure 3. Pile groyne; above: cross-section, below: longitudinal profile.

Pre izgradnje napera, površina dela poprečnog preseka koji zauzima konstrukcija napera je: $A_1 = n_1(\delta + s)h \cdot \sin \phi$. Posle izgradnje napera, deo te površine više nije hidraulički aktivan – protočan, a površina tog neprotočnog dela je: $A_2 = n_1 \cdot \delta \cdot h \cdot \sin \phi$, gde je: δ – prečnik cevi, *s* – razmak cevi, n_1 – broj cevastih elemenata u jednom naperu, ϕ – inklinacioni ugao napera u odnosu na rečni tok (Slika 4). (Kod upravnih napera je $\phi = 90^\circ$, sin $\phi = 1$.)

Stepen opstrukcije (zagušenja) koje naper izaziva u poprečnom preseku je:

$$p = \frac{A_2}{A_1} = \frac{n_1 \cdot \delta \cdot h \cdot \sin \phi}{n_1 (\delta + s) h \sin \phi} = \frac{\delta}{\delta + s}.$$
(1)

Iz ovog izraza se jasno vidi da, za usvojeni tip cevastih elemenata, manji razmak (s) daje veće zagušenje. Za $\delta = s, p = 0, 5$, a ako je $p \ge 0,67$, naper se može tretirati kao neprotočan. Preporuka je da stepen zagušenja bude ograničen: $p = 0,2\div0,25$ [2].

Pad pijezometarske linije na mestu napera (Slika 3) utvrđen je empirijski [2, 8]:

$$\Delta h = k_h \cdot p^{3/2} \cdot \frac{V^2}{2g}, \quad \text{ili} \quad k_h \left(\frac{L_h}{B}\right) p^{1/2} \cdot \frac{V^2}{2g}$$
(2)

pri čemu je: V – srednja profilska brzina u uzvodnom, neporemećenom profilu, L_n - dužina napera, a k_h – parametar oblika elementa napera i vrste tla. Za cilindrične šipove u koherentnom tlu je: $k_h = 10 - 12$, a u lako pokretnom, peščanom tlu ($d_{50} = 0.14$ mm): $k_h = 4 - 5$ [2].

Uticaj protočnog napera na brzinu toka je definisan izrazom:

$$V_{niz} = V(1-p) \tag{3}$$

u kome faktor $1 - p \le 1$ pokazuje koliko je nizvodna brzina V_{niz} manja od uzvodne brzine V.

Uticaj protočnog napera na deformaciju korita empirijski je definisan preko najveće erozione dubine [2]:

$$h_{se} = k_e \cdot p^{3/2} \cdot \frac{V^2}{2g} \tag{4}$$

gde je k_e – parametar lokalne erozije; kod cevastih šipova u peščanom koritu ($d_{50} = 0,14$ mm) je $k_e \le 50$. Kombinovanjem parametara iz (2) i (4) sledi: $h_{se} = k_e / k_h \Delta h = k \cdot \Delta h$. Prema nekim ispitivanjima je: $k = 1,75 / d_{50} (d_{50} u \text{ mm})$ [8]. Dužina lokalne deformacije rečnog dna *L* koju izaziva protočan naper zavisi od njegove dužine L_n i ugla skretanja strujnica β (Slika 4). Za upravne napere ($\phi = 90^\circ$) važi formula:

$$L = 6 \cdot L_n \cdot p \cdot \cos \beta. \tag{5}$$



Slika 4. Ugao skretanja strujnica kod upravnog napera.

Figure 4. Streamline deflection angle for single perpendicular groyne.

2.2 Sistem protočnih napera

Broj napera u sistemu, njihova dužina i inklinacioni ugao, određuju se prema konkretnoj regulacionoj liniji i shodno lokalnim uslovima. Razmak napera zavisi od dužine lokalne deformacije rečnog dna: $S \leq L$. Svaki naper u sistemu (i = 1, 2, ..., N) daje svoj "doprinos" u smanjenju nizvodne brzine:

$$i = 1 \quad V_{niz,1} = V(1-p)$$

$$i = 2 \quad V_{niz,2} = V(1-p)^{2}$$

$$i = 3 \quad V_{niz,3} = V(1-p)^{3}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad = \vdots$$

tako da je u opštem slučaju:

$$V_{niz,i} = V(1-p)^{i} \quad (i=1,2,...,N) .$$
(6)

Kada bi svi naperi u sistemu bili isti (p = const, 0, 2 - 0, 25) i dovoljno razmaknuti da se mogu smatrati skupom usamljenih napera, ukupni pad pritiska na deonici sa naperima bio bi prema (2):

$$\sum_{i=1}^{N} \Delta h_i = k_h \cdot p^{3/2} \sum_{i=1}^{N} \frac{V_{niz,i}^2}{2g}.$$
(7)

Pretpostavka proste aditivnosti uticaja može se prihvatiti samo kao uprošćenje stvarnosti. U praksi je poželjno da parcijalni pad pritiska (Δh) bude ujednačen od napera do napera, kako bi bila ujednačena i lokalna erozija u sistemu napera. U tom cilju se predlažu naperi promenljive dužine, tako da njihova dužina *raste u nizvodnom* smeru [2, 8]:

$$L_{n,i} = L_{n,i-1} \left[1 + \frac{V_c \cdot p}{V_{i-1}(1-p)} \right] \quad (i = 2, 4, \dots, N),$$
(8)

gde je: V_c – kritična brzina pokretanja materijala na dnu rečnog korita. Međutim, projektovanje sistema napera shodno izrazu (8) ne garantuje da će se i postići željeni efekti. Hidraulička i psamološka složenost iziskuju da se projektno rešenje proveri pomoću fizičkog i/ili matematičkog modela.

2.3 Primer primene empirijskog postupka

Razmatrano je rečno korito pravougaonog poprečnog preseka širine B = 80 m, uzdužnog nagiba dna $I_d = 1\%$ i rapavosti n = 0,020 m^{-1/3}s. Dno je od peščanog materijala krupnoće $d_{50} = 0,14$ mm, sa kritičnom brzinom pokretanja zrna: $V_c = 0,4$ m/s. Pod pretpostavkom jednolikog tečenja, hidraulički uslovi pre postavljanja napera su; Q = 300 m³/s, h = 1,71 m, V = 2,2 m/s. Proceniti efekte protočnog upravnog napera sačinjenog od 4 čelične cevi prečnika $\delta = 1$ m, na razmaku s = 4 m. Zatim, pri istom protoku razmotriti uticaj sistema od N = 3 ovakva napera ($\phi = 90^{\circ}$).

Rešenje. Dužina napera: $L_n = 4(\delta + s) = 20$ m. Sledi: $L_n / B = 0,2; p = \delta / (\delta + s) = 0,20$.

- a) Usamljeni naper: $\Delta h = 0,09 \text{ m}$: $h_{se} = 0,84 \text{ m}$: $V_{niz} = 1,76 \text{ m/s}$; L = 24 m.
- b) Sistem napera. Usvojeno: odstojanje izmedju napera S = 20 m (< L = 24 m) i p = const = 0,2. Rezultati proračuna su dati u Tabeli 1. Ukupni pad nivoa u sistemu napera iznosi: $\sum \Delta h = 0,17 \text{ m}$.

Tabela 1. Rezultati proračuna za sistem napera.

$Q = 300 \text{ m}^3/\text{s}$	<i>i</i> = 1	<i>i</i> = 2	<i>i</i> = 3
Δh (m)	0,09	0,06	0,02
V_{niz} (m/s)	1,76	1,41	1,13

Table 1. Computational rezults for the system of pile groynes.

Ako se koristi preporuka o promenljivoj dužini napera (8), za usvojenu dužinu prvog (uzvodnog) napera $L_n = 20$ m i konstantnu vrednost p = 0,2, dužine ostalih napera iznose: 21,42 m (*i*=2) i 23,32 m (*i*=3). Može zaključiti da dužine napera neznatno rastu u nizvodnom smeru.

3 Primena 2D i 3D numeričkih modela

Savremeni softver omogućava da se rezultati dobiju numeričkim simulacijama. Evidentno je da se tako dobija neuporedivo više informacija nego kada se primeni jednostavni empirijski pristup. U ovom radu je za numeričke simulacije korišćen poznati softverski sistem Telemac2D i Telemac3D [3].

3.1 Kalibracija numeričkog modela

Za kalibraciju modela je razmatran slučaj usamljenog cilindričnog stuba pri ustaljenom strujanju. Opstrujavanje cilindričnih stubova i lokalna erozija oko njih je veoma eksperimentalno i računski istražena tema [1, 3, 4, 6]. Desetine radova, koji se uglavnom bave erozijom u "čistoj vodi" (sa brzinama toka do kritične brzine za masovno pokretanja zrna), predlažu empirijske izraze koji se mogu svrstati u četiri katogorije, prema broju promenljivih koje u njima figurišu: (1) samo oblik i veličina stuba; (2) stub+dubina toka; (3) stub+dubina+brzina toka; (4) stub+dubina+brzina+krupnoća zrna.

Ovde su korišćeni rezultati eksperimenata objavljeni u radu [1]. Eksperimenti su obavljeni u kanalu dužine 17,5 m, širine 0,3 m, u opsegu protoka 8,5 - 10,5 L/s i dubina 0,10 - 0,16 m. Ispitivani su usamljeni i upareni cilindrični stubovi prelnika 3 - 7 cm, postavljeni u pokretnom peščanom dnu, srednje krupnoće zrna 0,9 mm. Obavljena je kalibracija 2D i 3D modela. Na Slici 5 prikazani su rezultati numeričke simulacije eksperimenta sa stubom prečnika 5 cm, pri protoku od 10,5 L/s, kao i kalibracioni dijagram koji pokazuje relativno dobro slaganje rezultata proračuna i merenja.



Slika 5. Strujanje oko usamljenog cilindričnog stuba; sleva udesno: računska mreža i raspored tangencijalnog napona na dnu; vektori brzine i strujnice po dubini toka; kalibracija modela poređenjem sračunate i izmerene najveće erozione dubine h_{se} i dubine toka h [1].

Figure 5. Flow around a single circular pier; left to right: computational mesh and distribution of bed shear stress; velocity vectors and streamlines over flow depth; model calibration by comparison of the calculated and measured the maximum scour depth h_{se} and flow depth h [1].

U proračunima je korišćena vrednost rapavosti n = $0,025 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$. Primenjeni su *k*- ε model turbulencije i obrazac van Rijna [5] za pokretanje i pronos nanosa na dnu.

3.2 Primer primene numeričkog modela

Korišćen je isti primer usamljenog napera kao kod empirijskog postupka. Namera je bila da se demonstriraju prednosti numeričkog modeliranja u odnosu na empirijski pristup, dok poređenje samih rezultata koje daju ova dva pristupa nije bilo primarno. Naime, veoma dobro slaganje rezultata se i ne može očekivati, jer se rezultati 2D (ili 3D) modela mogu dovesti u vezu samo sa *lokalno* izmerenim veličinama u laboratorijskom eksperimentu, dok je njihovo dovođenje u vezu sa *globalnim* veličinama empirijskih formula (kao što su srednja profilska brzina, najveća eroziona dubina, eroziona dužina i dr.) unapred neizvesno.

Na Slici 6 prikazan je detalj računske mreže sa položajem uzdužnih profila u kojima se prikazuju rezultati proračuna. Na istoj slici je posebno dat i raspored kota nivoa po celoj širini korita. Iz ovog dijagrama se vidi da je poremećaj nivoa izazvan prisustvom napera ograničen i da u nizvodnom smeru iznosi oko 20 m, što je generalno u saglasnosti sa empirijskim modelom. Denivelacija u zoni napera iznosi 2,46–2,36=0,10 m, što je takođe u saglasnosti sa empirijskim modelom.

Na Slici 6 su prikazani i dijagrami rasporeda dubine i brzine oko napera i oko šipa br. 3 (Y=14,5 m) pri protoku 300 m³/s. Primećuje se da raspored dubine oko šipova nije svuda isti, a u zvisnosti na kom mestu se posmatra, denivelacija varira od 0,04 m do 0,24 m. Dijagrami sa rasporedom brzine ukazuju na izdužene zone intenzivnog strujanja između šipova i na trakaste zone ("perjanice") usporenog toka u zaleđu šipova. Neposredno uzvodno od šipova se uočavaju polukružne zone usporenog toka, sa nultom brzinom u zaustavnim tačkama duž uzvodnih izvodnica šipova.



Slika 6. Odozgo na dole: računska mreža sa numeracijom cevi, položajem uzdužnih profila i poremećaj linije nivoa; raspored dubine u zoni napera i oko šipa br. 3 (Y=14,5 m) pri protoku 300 m³/s; raspored brzine pri istom protoku.

Figure 6. From top to bottom: computational mesh with pile numeration, location of longitudinal profiles, and water surface disturbance; water depth distribution around the groyne and the pile no. 3 (Y=14,5 m) at the flow rate of 300 m³/s; velocity distribution at the same flow rate.

Kvantifikovanje poremećaja dubine i brzine toka prikazano je pomoću karakterističnih uzdužnih profila na Slici 7. Evidentno je lokalno povećanje dubine izvodno, a smanjenje nizvodno od napera. Najveća denivelacija po osovini šipa br. 3 iznosi 0,12 m, a najveće smanjenje brzine, 0,8 m/s. Empirijski model daje predviđanje samo *uprosečenog* smanjenja brzine od 0,44 m/s, koje se teško može uporediti sa rezultatima numeričkih simulacija. Najveće povećanje brzine između šipova iznosi oko 0,5 m/s.



Slika 7. Uzdužni profili dubine i brzine po osovini šipa 3 i između šipova 2 i 3. Figure 7. Longitudinal profiles of depth and velocity at the axis of pile 3 and between piles 2 and 3.

Slika 8 prikazuje vektorsko polje brzine oko napera i oko razmatranog šipa. Kao na prethodnim dijagramima, jasno se uočavaju oblasti intenzivnog strujanja između šipova i mrtve zone u njihovom neposrednom zaleđu.



Slika 8. Vektorsko polje brzine u zoni napera i oko šipa br. 3 (Y=14,5 m) pri protoku od 300 m³/s. Figure 8. Vector velocity filed around the groyne and around the pile no. 3 (Y=14,5 m) at the flow rate of 300 m³/s.

Interesantna je vrtložna struktura iza izabranog šipa, prikazana na Slici 9. Primećuje se da oblik vrloga u dva vremenska preseka nije isti. Radi se o primeru koji još jednom podstiče pitanje stohastičkog karaktera rezultata rešavanja osnovnih determinističkih (Navier Stokesovih) jednačina. Naime, pitanje je šta uzrokuje slučajni oblik računskih vrtloga koji proizilaze iz jednačina koje u sebi ne sadrže slučajnu komponentu? Odgovor se krije u osnovama numeričkog rešavanja jednačina, inherentno povezanog sa "greškom zaokruživanja". Ova geška se javlja u svakom računskom koraku i propagirajući se tokom proračuna predstavlja

svojevrsno "seme" (engl. *seed*) za generisanje slučajnih brojeva. Tako, paradoksalno, numeričko, *približno* rešenje podražava stvarnost bolje od tačnog rešenja (kada bi ovo, za dati sistem jednačina, uopšte postojalo).



Slika 9. Vrtlžna zona iza šipa br. 3 (Y=14,5 m). Figure 9. Vorticity zone behind the pile no. 3 (Y=14,5 m).

Morfološki efekti protočnih napera ogledaju se u lokalnoj deformaciji korita. Rezultat pristustva protočnog napera je specifična konfiguracija rečnog dna u obliku naizmeničnih izduženih "perjanica" erozijom odnetog materijala između stubova i nagomilanog zasutog materijala u zaleđu šipova. Na ovakav karakter deformacije rečnog korita jasno ukazuju dijagrami na Slikama 10 i 11. Prva slika daje raspored smičuće brzine (tangencijalnog napona na dnu), a druga slika, batimetriju rečnog dna.

Konfiguracija rečnog dna u zoni napera zavisi od brojnih faktora: brzine toka (protoka), relativne dužine napera (u odnosu na širinu korita), oblika, širine i rasporeda elemenata koji čine protočni naper, kao i vrste i granulometrijskog sastava nanosa na dnu. U tom smislu, prikazani raspored smičuće brzine može se razmatrati samo u kontekstu zadatog protoka (Q=300 m³/s), srednjeg prečnika zrna $d_{50} = 0,14$ mm i uslova za njegovo pokretanje, definisanog obrascima Van Rijna [5] "ugrađenim" u korišćenom softveru.



Slika 10. Strujanje oko usamljenog protočnog napera pri protoku od 300 m³/s: raspored brzine smicanja (tangencijalnog napona na dnu) u zoni napera i oko šipa br. 3 (Y=14,5 m).

Figure 10. Flow field around a single pile groyne at the flow rate of 300 m³/s; distribution of the shear velocity (the bottom shear stress) around the groyne and around the pile no. 3 (Y=14,5 m).

Deformacija korita u zoni protočnog napera prikazana je na Slici 11. Uočljivo je da ona nije ista kod svih šipova. Sniženje kota dna je izraženo na sredini napera, između šipova 2 i 3, kao i duž obale. Nagomilavanje nanosa (izdizanje kota dna) je prisutno ispred šipova, kao i u njihovom zaleđu, a najviše je izraženo kod poslednjeg šipa u nizu (br. 4), najudaljenijeg od obale.



Slika 11. Konfiguracija rečnog dna u zoni usamljenog protočnog napera pri protoku od 300 m³/s.

Figure 11. River bed configuration in the zone of the single pile groyne at the flow rate of $300 \text{ m}^3/\text{s}$.

Kvantifikacija deformacije rečnog dna prikazana je pomoću uzdužnih profila na Slici 12. Najveće produbljenje korita iznosi $0,27 \approx 0,3$ m, što je značajno manje od onog koje daje empirijski obrazac (0,84 m). Zbog brojnih neizvesnosti, bolje slaganje se ne može očekivati bez probanja sa raznim vrednostima parametara računskog 2D modela (što ovde nije bio cilj). Generalno, ako ne postoji mogućnost kalibracije, morfološki efekti protočnog naperera se mogu predviđati pomoću numeričkih 2D i 3D modela više u kvalitativnom nego u kvantitativnom smislu.



Slika 12. Uzdužni profili rečnog dna po osovini stuba (šipa) br. 3 i između stubova 2 i 3.

Figure 12. Longitudinal section of the river bed along the axis of the pile no. 3, and between piles 2 and 3.

4 Zaključci

- 1. Hidrauličko-morfološki efekti protočnih napera mogu se ispitati pomoću jednostavnih empirijskih modela i pomoću složenih 2D i 3D numeričkih modela.
- 2. Empirijski model daje globalne pokazatelje: osrednjenu denivelaciju, nizvodnu brzinu i najveću erozionu dubinu. Numerički model daje detaljnu strujnu sliku: rasporede lokalnih vrenosti nivoa, dubina, brzina, tangencijalnih napona i drugih veličina.
- 3. Hdraulički efekti protočnih napera se mogu relativno pouzdano predvideti, bilo pomoću empirijskog pristupa, bilo pomoću numeričkog modela (svaki na svom nivou detaljnosti). Globalni pokazatelji koje daju oba pristupa su u saglasnosti.
- 4. Za razliku od hidrauličkih efekata, morfološki efekti protočnih napera se ne mogu sa sigurnošću predvideti. Empirijski model je ograničen hipotezom erozije "u čistoj vodi", jednom krupnoćom nanosa i samo jednim podatkom o erozionoj dubini. Numerički model sadrži neizvesnost jednačine za pronos nanosa i ne može dati pouzdane rezultate bez kalibracije. Iz ovih razloga, vrednosti najveće erozione dubine, sračunate pomoću empirijskog i numeričkog modela, teško se mogu usaglasiti.
- 5. Kvalitatativni rezultati koje (bez kalibracije) daju numerički višedimenzioni modeli mogu korisno poslužiti projektantima da sagledaju potencijalnu konfiguraciju rečnog dna u blizini protočnih napera. U tom pogledu ovi modeli imaju prednost u odnosu na jednostavne empirijske metode, koje su opravdane samo u preliminarnim analizama, kada treba brzo doći do rezultata.

Literatura

- 1. Abouzeid, G., Muhamed H., Ali, Sh. (2006) 3-D Numerical Simulation of Flow and Clear Water Scour by Interaction Between Bridge Piers, *Tenth International Water Technology Conference IWTC10 2006*, Alexnadria, Egypt.
- 2. Gjurović, M. (1967) Regulacija reka, Tehnička knjiga, Zagreb.
- 3. Hervouet, J-M. (2007) *Hydrodynamics of Free Surface Flows -- modelling with the finite element method*, Wiley, Chichester, England.
- 4. Jain, S., Fischer, E. (1980) Scour Around Circular Bridge Piers at High Froude Numbers, FHWA Buletin RD-79-104.
- 5. Jovanović, M. (2008) Regulacija reka rečna hidraulika i morfologija, Građevinski fakultet, Beograd.
- 6. Jovanović, M., Kapor, R., Prodanović, D., Zindović, B., Rosić, N. (2011) Studija hidrotehničkog uređenja ulaza u Čukarički zaliv u uslovima nastalim izgradnjom novog mosta na reci Savi, Gradjevinski fakultet, Beograd.
- 7. Olsen, N.R.B., Kjellesvig (1998) Three-dimensional numerical flow modeling for estimation of maximum local scour depth, *J. of Hydraulic Research*, IAHR, 36, pp 207-227.
- 8. Przedwojski, B., Blazejewski, R., Pilarczyk, K.W. (1995) *River Training Techniques* Fundamentals, *Design and Applications*, Balkema, Rotterdam.
- 9. Van Schijndel, S., Kranenburg, C. (1998) Reducing the siltation of a river harbour, Journal of Hydrulic Research, Vol. 36, No. 5, pp 803-814.
- 10. http://envirohistorynz.com/2012/05/