O dinamičkoj ravnoteži rečnog korita formiranog u šljunkovitom materijalu

Miodrag B. Jovanović
Gradjevinski fakultet - Beograd

Rezime. U ovom članku se govori o primeni racionalne teorije režima za predvidjanje stabilnog rečnog korita formiranog u nevezanom šljunkovitom materijalu. Racionalni pristup podrazumeva da se geometrijske karakteristike stabilnog korita mogu odrediti na osnovu jednačina kretanja vode i nanosa, kao i uslova minimuma snage po jedinici dužine toka, koji je ispunjen ako je vodotok u stanju dinamičke ravnoteže. Računski postupak je ilustrovan jednim primerom.

Ključne reči: dinamička ravnoteža vodotoka, stabilno korito, teorija režima, hidraulička geometrija korita, šljunkovito korito, vučeni nanos

Uvod

U razmatranjima prirodnog režima vodotoka, kao i pri projektovanju regulacionih radova, neizbežno se javlja pitanje stabilne konfiguracije rečnog korita. Rečno korito je stabilno ako je u stanju *dinamičke ravnoteže* pri kojoj je pronos nanosa duž vodotoka uniforman i jednak njegovoj transportnoj sposobnosti (što znači da nema deformacije korita - erozije ili zasipanja) i ako je utrošak energije toka na savladjivanje otpora i pronosa odredjene količine nanosa, sveden na minimum.

U ovom članku se razmatraju uslovi pod kojima rečno korito dostiže stanje dinamičke ravnoteže i na koji način se evolucija korita može *kvantitativno* predvideti.

Definisanje hidrauličkih i geometrijskih odnosa koji vladaju u stabilnom aluvijanom koritu tradicionalno je vezano za *teoriju režima*, prema kojoj je rečni tok "u režimu" ako je korito periodično podložno manjim deformacijama, ali se iz godine u godinu bitno ne menja. Klasična teorija režima se bazira na empirijski definisanim korelacionim zavisnostima geometrijskih karakteristika korita (širine, dubine, nagiba dna) i protoka vode, odnosno pronosa nanosa. Poznate su ovakve zavisnosti izvedene za kanale u Indiji i Pakistanu [5]. Nedostatak empirijskog pristupa je u činjenici da su izvedene zavisnosti primenjive na vodotoke odredjenog podneblja i da ne obuhvataju niz faktora koji utiču na formiranje rečnog korita.

U novije vreme se umesto empirijskog pristupa, teorija režima oslanja na *racionalni pristup*, zasnovan na jednačinama koje opisuju fizičke procese u vodotoku [1], [3], [8]. Utvrdjivanje režimskih zavisnosti na osnovu jednačina kretanja vode i nanosa daju ovim zavisnostima univerzalnije značenje i omogućava njihovu širu primenu u praksi.

2 Teorijska razmatranja

Dinamička ravnoteža vodotoka podrazumeva da su dinamičke karakteristike dvofaznog toka i geometrijske karakteristike korita uzajamno kompatibilne. Ako se izostave uticaji oblika korita u planu (meandera), oblik poprečnog profila aproksimira trapeznim oblikom, a tečenje smatra jednolikim, onda pri datom protoku vode (Q) i pronosu nanosa (Q_s), rečno korito ima 4 stepena slobode: širinu (B), dubinu (h), nagib dna (I) i nagib obala [3]. Navedene veličine odredjuju *hidrauličku geometriju* korita. Pretpostavlja se da je materijal u kome je formirano korito *nevezan*.

Kako je nagib obala kod nevezanog materijala odredjen uglom unutraš njeg trenja, a odnos B/h u prirodnim vodotocima obično dovoljno veliki da se uticaj obala na strujanje vode i pronos nanosa može zanemariti, to nagib obala ne utiče bitno na razvoj korita ka stabilnoj konfiguraciji, pa se broj stepeni slobode može smanjiti za jedan, tako da je dovoljno razmatrati samo širinu, dubinu i nagib dna [3].

Za odredjivanje ove 3 nezavisne veličine, na raspolaganju su jednačine kretanja vode (zakon hidrauličkih otpora) i jednačina za pronos nanosa. Da bi se problem mogao rešiti, nedostaje još jedna (treća) zavisnost. Postoji više predloga kako definisati ovu nedostajuću zavisnost. Ovi predlozi se baziraju na *hipotezama ekstremnih uslova* – maksimuma ili minimuma odredjenih fizičkih veličina koje su bitne sa stanovišta dinamičke ravnoteže rečnog korita. U nastavku će se formulisati neke od ovih hipoteza.

(1) Minimum jedinične snage toka (Yang i Song 1979). *" U mirnom režimu tečenja, aluvijano korito prilagodjava svoj oblik, rapavost i nagib dna, tako da se data količina vode i nanosa pronose sa minimalnim utroškom jedinične snage toka"* [1]. Jedinična snaga se definiše kao snaga toka po jedinici težine vode:

$$\frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot L \cdot I}{\rho \cdot g \cdot B \cdot h \cdot L} = V \cdot I$$

gde je, pored već definisanih oznaka, L-dužina deonice, V-srednja profilska brzina, ρ-gustina vode i g-gravitaciono ubrzanje.

(2) Minimum snage toka (Chang 1980). *"Potreban i dovoljan uslov ravnotežnog stanja aluvijalnog korita je da snaga po jedinici dužine toka*

$$\rho \cdot g \cdot Q \cdot I$$

u datim uslovima bude minimalna" [3], [5]. Pri datom protoku vode i pronosu nanosa kao nezavisno promenljivim, dubina, širina i nagib dna se prilagodjavaju tako da veličina $\rho \cdot g \cdot Q \cdot I$ dostigne svoj minimum. Ovaj uslov se, obzirom da su veličine ρ, g, Q konstante, svodi na uslov minimalnog nagiba dna.

(3) Minimum gubitaka energije (Brebner i Wilson 1967, Yang i dr. 1981). *Rečni sistem je u stanju ravnoteže pri minimalnom utrošku energije u jedinici vremena"* [1]. Gubitak energije u jedinici vremena na deonici dužine L iznosi:

$$g\left(\rho \cdot Q + \rho_s \cdot Q_s\right) L \cdot I$$

gde je ρ_s-gustina nanosa.

(4) Maksimum koeficijenta trenja (Davies i Sutherland 1983). *Ako je tok po inicijalno ravnoj podlozi u stanju da tu podlogu deformiše tako da ona više nije ravna, onda će kao rezultat ove deformacije doći do povećanja koeficijenta trenja. Deformacija će prestati pri onom obliku korita koji daje lokalni maksimum koeficijenta trenja"* [1]. Granično ili ravnotežno stanje korita kao samoformirajuće granice toka, odgovara lokalnom maksimumu koeficijenta trenja, na primer Darcy-Weisbachovog koeficijenta:

$$\lambda = \frac{8\, g \cdot R \cdot I}{V^2} \tag{1}$$

(5) Maksimum pronosa nanosa (White i dr. 1982, Singh 1983). *"Za dati protok vode i nagib dna, širina korita se prilagodjava ka uspostavljanju maksimalnog pronosa nanosa"* [9].

Može se pokazati da su neki od navedenih uslova medjuzavisni. Uslovi (3) i (5) se mogu svesti na uslov (2), tako da su u stvari samo hipoteze (1), (2) i (4) nezavisne [1].

3 Dinamička ravnoteža rečnog korita od šljunkovitog materijala

U razmatranju dinamičke ravnoteže polazi se od sledećih pretpostavki:

- hidraulički otpori se mogu opisati jednačinama koje su izvedene za jednoliko tečenje;
- uticaji sekundarnih strujanja u krivini se zanemaruju;
- prirodni oblik poprečnog preseka sa može aproksimirati trapeznim;
- korito je formirano u nevezanom šljunkovitom materijalu;
- dinamička ravnoteža korita je definisana iz uslova minimalne snage po jednici dužine toka (hipoteza br. 2).

Za definisanje otpora trenja u koritu od šljunkovitog materijala može se koristiti logaritamska formula Braya [2]:

$$\frac{1}{\lambda^{1/2}} = 0.248 + 2.36 \log\left(\frac{R}{d}\right), \tag{2}$$

gde je d-prečnik merodavnog zrna materijala na dnu (najčešće d_{50}). Ova formula je izvedena kao regresiona jednačina podataka merenja na 67 vodotoka u Kanadi i važi za nagibe dna manje od 1.1 % i odnose R/d izmedju 0.4 i 15. U jednačini se koristi hidraulički radijus (R), a ne dubina, kako bi se obuhvatio uticaj obala pri malim vrednostima B/h, pretpostavljajući da je rapavost obala jednaka rapavosti dna.

Ako je rečni nanos krupnoće iznad 16 mm, kretaće se u režimu vučenog nanosa. Koristeći više od 6000 podataka koji se odnose na pronos nanosa u šljunkovitim koritima, Parker (1979) je definisao zavisnost poznatih bezdimenzionih brojeva:

$$\Phi = \frac{q_s}{\sqrt{gd^3(\rho_s - \rho)/\rho}} \qquad \Theta = \frac{\tau_o}{g(\rho_s - \rho)\, d} \tag{3}$$

koja je prikazana na Slici 1 [4], [8]. Broj Φ je parametar transporta, a Θ parametar pokretanja ("Shieldsov broj"), pri čemu je q_s - jedinični zapreminski pronos vučenog nanosa, a $\tau_o = \rho \cdot g \cdot R \cdot I$ - tangencijalni napon na dnu.

Koristeći podatke Mayer-Peter i Mullera, Chang je ekstrapolovao Parker-ovu krivu u oblast većih nagiba dna i definisao analitičku zavisnost [4]:

$$\Phi = 6.62(\Theta - 0.03)^5 \Theta^{-3.9}. \tag{4}$$

Može se primetiti da je kao granična vrednost Shields-ovog broja za pokretanje šljunkovitog materijala usvojena vrednost 0.03. Na Slici 1 je poredjenja radi pored Parker-Changove, prikazana i poznata Einsteinova zavisnost. Vidi se da u odredjenom opsegu vrednosti parametara Φ i Θ, navedene formule daju skoro identične rezultate.

Koristeći izraze (2), (4) i princip minimuma snage toka po jedinici dužine, može se računski definisati geometrija stabilnog šljunčanog korita, prema sledećem algoritmu [3]:

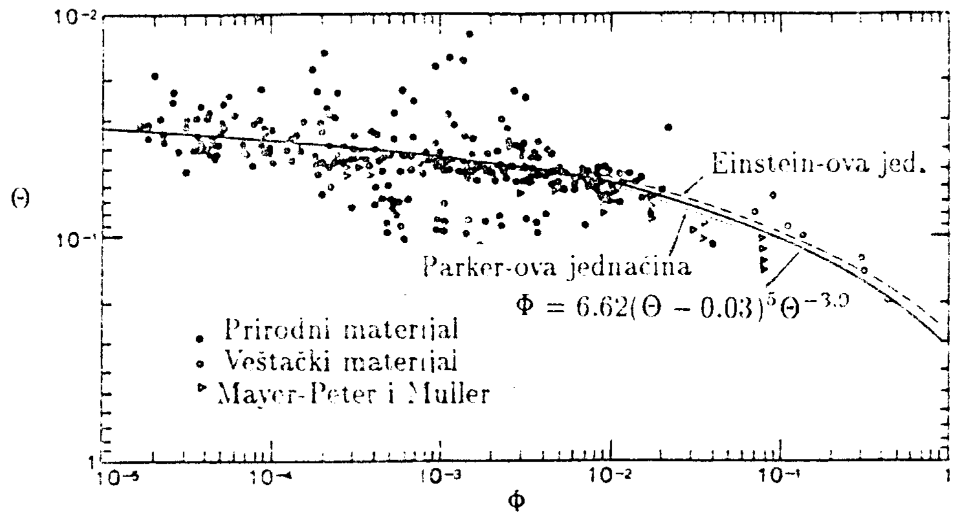
(1) Učitati ulazne podatke: protok vode (Q), ulazni tovar vučenog nanosa (Q_s), gustinu i merodavni prečnik nanosa (ρ_s, d).

(2) Pretpostaviti širinu stabilnog korita (B).

(3) Pretpostaviti dubinu toka (h).

(4) Sračunati nagib dna korita (I) iz jednačine za pronos nanosa. U principu to može biti bilo koja empirijska formula koja je primenljiva za date uslove. U ovom radu se koristiti zavisnost (4). Kako je jednačina nelinearna po Θ, odnosno po nagibu I, mora se rešavati iterativno.

(5) Sračunati vrednost koeficijenta trenja λ iz jednačine za hidrauličke otpore (2), a zatim i brzinu V iz jednačine (1).



Slika 1: *Jednačine za transport nanosa u šljunkovitim koritima* [4]

(6) Odrediti protok iz jednačine kontinuiteta $Q = V \times A$, gde je $A = A(B, h)$- površina poprečnog preseka.

(7) Ako je sračunati protok jednak zadatom protoku (sa unapred zadatim dozvoljenim odstupanjem, recimo 0.5 m^3/s), problem je rešen, a dobijene vrednosti B, h, I predstavljaju geometrijske elemente stabilnog korita. Ako navedeni uslov nije zadovoljen, treba korigovati dubinu h i ceo postupak ponoviti od koraka (4).

4 Brojni primer

Opisana metoda će se ilustrovati jednim primerom. Neka na jednoj reci srednji višegodišnji protok iznosi Q=55 m^3/s, a odgovarajući zapreminski pronos vučenog nanosa Q_s=0.012 m^3/s ($C = Q_s/Q$=218 ppm). Korito ove reke je formirano u šljunkovitom materijalu, srednjeg prečnika d=90 mm i gustine ρ_s=2.65 t/m^3. Nagib obala iznosi 1:2.

Proračun će se obaviti za niz pretpostavljenih širina korita od 6-30 m. U Tabeli 1 su prikazani rezultati za širinu B=6 m. Pretpostavljena je početna dubina od 1.5 m. Jednačina (4) je rešavana po Θ (odnosno I) iterativno, metodom polovljenja intervala. Vrednost koeficijenta trenja λ je dobijena iz Brayovog izraza (2), a Manningovog koeficijenta iz poznate veze:

$$n = \sqrt{\frac{\lambda}{8g}} R^{1/6}.$$

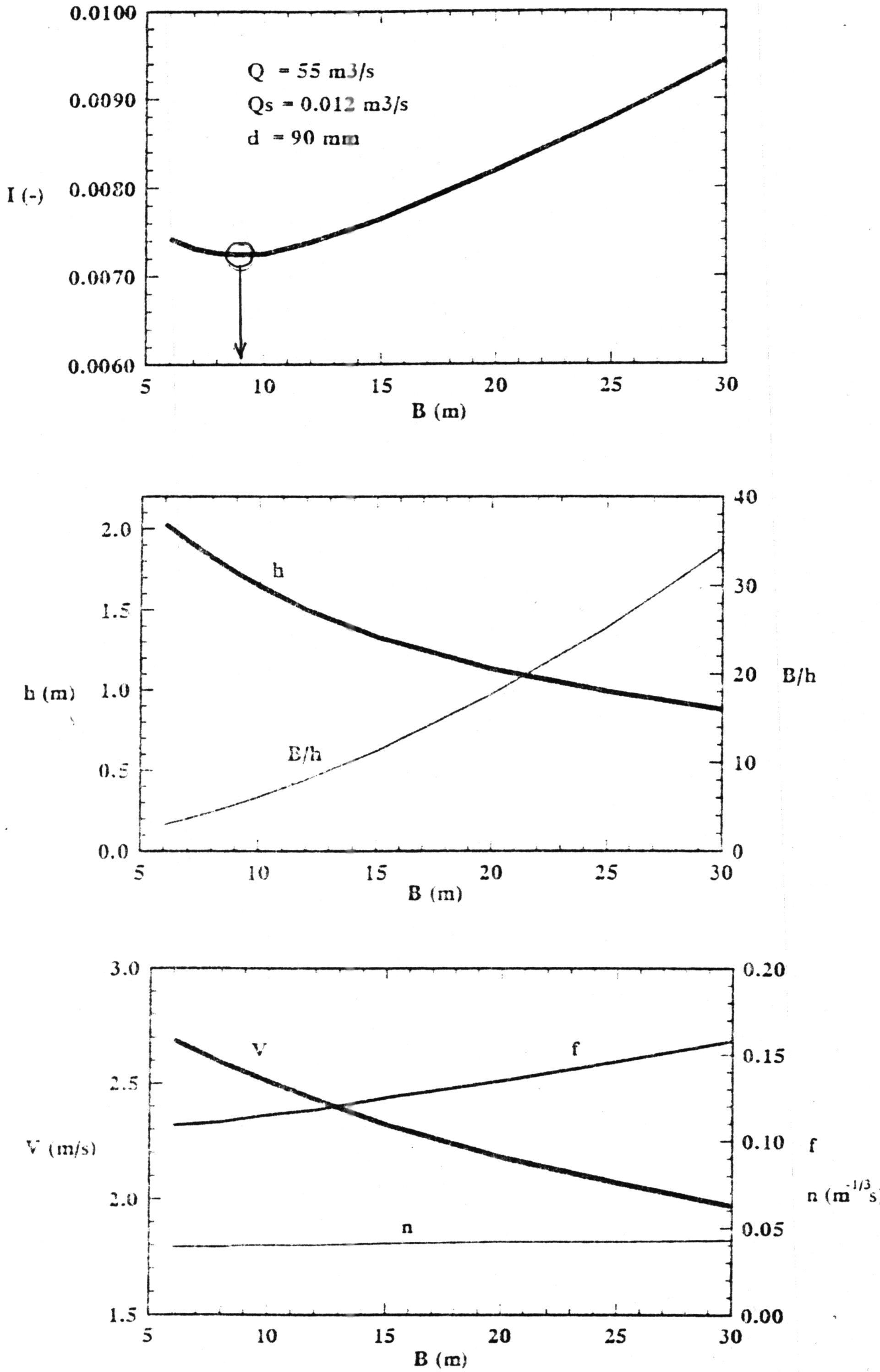
Na osnovu (1) sračunata je brzina, a zatim i protok, koji se znatno razlikuje od ulaznog protoka. Zato je dubina h korigovana dodavanjem unapred zadatog priraštaja, sve dok sračunati protok nije postao jednak zadatom (sa usvojenim dozvoljenim odstupanjem od 0.5 m^3/s). Stabilnost konvergencije je osigurana izborom dovoljno malog priraštaja dubine (1 cm), pri čemu se primenom računara brzo dolazi do rešenja. (U Tabeli 1 su dati samo neki od medjurezultata, kao i konačno rešenje).

Tabela 1. Rezultati proracuna po iteracijama

B (m)	Q (m^3/s)	h (m)	R (m)	V (m/s)	I (-)	λ (-)	n ($m^{-1/3}s$)	Fr (-)
6	33.32	1.50	1.062	2.47	0.009469	0.130	0.041	0.414
6	37.03	1.60	1.119	2.52	0.008990	0.125	0.041	0.403
6	40.91	1.70	1.175	2.56	0.008562	0.120	0.040	0.393
6	44.96	1.80	1.230	2.60	0.008178	0.117	0.040	0.383
6	49.18	1.90	1.284	2.64	0.007832	0.113	0.040	0.374
6	53.57	2.00	1.338	2.68	0.007516	0.110	0.039	0.366
6	54.92	2.03	1.354	2.69	0.007427	0.109	0.039	0.363

U Tabeli 2 su dati konačni rezultati proračuna za sve pretpostavljene širine. Pomoću grafika funkcije $I = I(B)$ na Sl. 2 odredjen je minimalni nagib dna pri kome je vodotok u stanju dinamičke ravnoteže, kao i odgovarajuća širina korita.

Za karakter funkcije $I(B)$ na Sl. 2 može se dati jasna fizička interpretacija. Smanjenjem širine počev od neke velike vrednosti (recimo 30 m), dolazi do porasta dubine i koncentracije toka, tako da je potreban manji nagib dna da se obezbedi zadati protok vode i nanosa. Medjutim, nakon odredjene vrednosti širine, opada transportna sposobnost za nanos (nedovoljna ,,aktivna širina pronosa"), što vodotok mora nadokanditi povećanjem nagiba dna. Širina koja odgovara minimalnoj vrednosti nagiba dna je širina stabilnog korita.



Slika 2: *Rezultati proračuna hidrauličke geometrije*

Tabela 2. Konačni rezultati proracuna za različite širine korita

B (m)	Q (m^3/s)	h (m)	R (m)	V (m/s)	I (-)	λ (-)	n ($m^{-1/3}s$)	Fr (-)	Φ (-)	Θ (-)
6	54.92	2.03	1.354	2.69	0.007427	0.109	0.039	0.363	0.018	0.068
7	54.88	1.92	1.335	2.64	0.007311	0.110	0.039	0.369	0.016	0.066
8	54.87	1.82	1.313	2.59	0.007260	0.111	0.039	0.376	0.014	0.064
9	54.89	1.73	1.288	2.55	0.007246	0.113	0.040	0.382	0.012	0.063
10	54.99	1.65	1.263	2.51	0.007255	0.115	0.040	0.388	0.011	0.062
12	54.58	1.50	1.203	2.43	0.007386	0.118	0.040	0.400	0.009	0.060
15	54.60	1.33	1.121	2.32	0.007651	0.125	0.041	0.414	0.007	0.058
20	54.95	1.13	1.004	2.18	0.008187	0.135	0.042	0.431	0.006	0.055
25	55.27	0.99	0.908	2.07	0.008779	0.146	0.042	0.441	0.004	0.054
30	54.97	0.88	0.824	1.97	0.009446	0.158	0.043	0.448	0.004	0.052

Treba napomenuti da je kriva $I(B)$ u zoni minimuma blaga, tako da postoji odredjeni opseg nagiba dna, odnosno širina, koje su povoljne sa gledišta stabilnosti korita.

Rezultati proračuna zavise od primenjenih formula, naročito od one koja se odnosi na pronos nanosa. Zato je važno da odredjena formula bude prethodno verifikovana na osnovu merenja. Medjutim, za odredjivanje merodavne širine, kao što se iz datog primera vidi, bitan je karakter funkcije $I = I(B)$, a ne apsolutna vrednost pronosa.

Izloženim postupkom se mogu dobiti korelacione režimske veze tipa $B = B(Q, I, d)$, $h = h(Q, I, d)$ i $I = I(Q, Q_s)$, koje se zatim mogu koristiti kao nomogrami za projektovanje stabilnog korita.

5 Zaključci

1. Stabilno rečno korito ostvaruje se u uslovima dinamičke ravnoteže vodotoka. Za prognozu geometrijskih karakteristika stabilnog korita može se koristiti racionalna teorija režima.

2. Navedena teorija se zasniva na jednačinama kretanja vode i nanosa, kao i nekoj od hipoteza ekstremnih uslova. U ovom radu je opisan računski postupak zasnovan na principu minimuma snage toka po jedinici dužine, odnosno uslov minimalnog nagiba dna korita.

3. Za opisivanje hidrauličkih otpora vodotoka sa koritom formiranim u

nevezanom šljunkovitom materijalu može se koristiti logaritamski izraz Braya, a za pronos vučenog nanosa, izraz Parker-Changa. Ove izraze treba prethodno proveriti za dati vodotok, pomoću hidrometrijskih i psamoloških merenja.

4. Izloženi računski postupak je primenljiv za prognozu morofoloških promena brdskih vodotoka. Može se koristiti u projektovanju regulacionih mera na prirodnim vodotocima i u projektovanju veštačkih kanala.

Literatura

1. Bettess, R., White W.R., "Extremal Hypotheses Applied to River Regime", *Sediment Transport in Gravel-bed Rivers*, Ed. Thorne, C.R., Bathurst, J.C., Hey R.D., John Wiley, 1987.
2. Bray, D.I., "Estimating Average Velocity in Gravel-Bed Rivers", *J. Hydraul. Div. ASCE*, 106(HY9), Sept., 1979.
3. Chang, H.H., "Stable Alluvial Canal Design", *J. Hydraul. Div. ASCE*, 106(HY5), May, 1980.
4. Chang, H.H., "Geometry of Gravel Streams", *J. Hydraul. Div. ASCE*, 106(HY9), Sept., 1980.
5. Chang, H.H., "River Changes: Adjustments of Equilibrium", *J. Hydraul. Eng. ASCE*, 112(1), Jan., 1986.
6. Garde, R.J., Raju, R.K.G., *Mechanics of Sediment Transportation and Alluvial Stream Problems*, Wiley Eastern Ltd., 1977.
7. Hey, R.D., Thorne, C.R., "Stable Channels With Mobile Gravel-beds", *J. Hydraul. Eng. ASCE*, 112(HY8), Aug., 1986.
8. Parker, G., "Hydraulic Geometry of Active Gravel Rivers", *J. Hydraul. Div. ASCE*, 105(HY9), Sept., 1979.
9. Singh, B., "Self-adjustment of Alluvial Streams", *Proc. 2nd International Symposium on River Sedimentation*, Nanjing, China, 1983.