

## Konstitutivne veze I aksijalno naprezanje

1 Dat je tenzor deformacija  $D$  i elastične konstante  $E$  i  $\nu$ , odrediti vektor totalnog napona za ravan sa normalom  $\vec{n}$

$$a) \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} 10^{-6} \quad \vec{n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{e}_2 \quad E = 210 \text{ GPa}, \nu = 0.25$$

$$b) \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} 10^{-6} \quad \vec{n} = \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{e}_3 \quad E = 200 \text{ GPa}, \nu = 0.2$$

2 Za poznat tenzor napona i elastične konstante  $E$  i  $\nu$ , odrediti relativnu promenu dužine u pravcu  $\vec{n}$

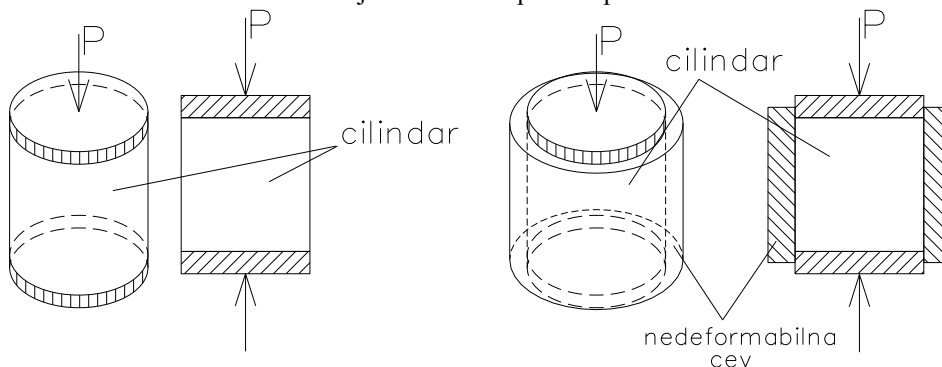
$$a) \quad S = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad \vec{n} = \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{e}_1 + \frac{3}{5\sqrt{3}} \vec{e}_2 + \frac{4}{5\sqrt{3}} \vec{e}_3 \quad E = 70 \text{ GPa}, \nu = 0.15$$

$$b) \quad S = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad \vec{n} = \frac{3}{5\sqrt{3}} \vec{e}_1 + \frac{4}{5\sqrt{3}} \vec{e}_3 \quad E = 80 \text{ GPa}, \nu = 0.25$$

3 Poznate su vrednosti dilatacija u tri pravca na neopterećenoj površini tela,  $\epsilon_{n1}$ ,  $\epsilon_{n2}$  i  $\epsilon_{n3}$  u pravcima  $n1$ ,  $n2$  i  $n3$  koji sa osom  $X_1$  redom grade uglove 20, 65 i 110 stepeni:  $\epsilon_{n1} = 20 \cdot 10^{-6}$ ,  $\epsilon_{n2} = 5 \cdot 10^{-6}$  i  $\epsilon_{n3} = -15 \cdot 10^{-6}$ .

- Odrediti vrednost dilatacije u pravcu ose  $X_1$
- Odrediti glavne dilatacije u ravni površine tela,
- Odrediti kubnu dilataciju ako su poznati  $E$  i  $\nu$ .
- Napisati tenzor napona.

4 Cilindar prečnika 20 cm i visine 20 cm opterećen je preko krute ploče silom  $P=15\text{kN}$  u pravcu ose cilindra. Pri tome se dužina smanji za 0.2 mm a prečnik poveća za 0.07 mm.



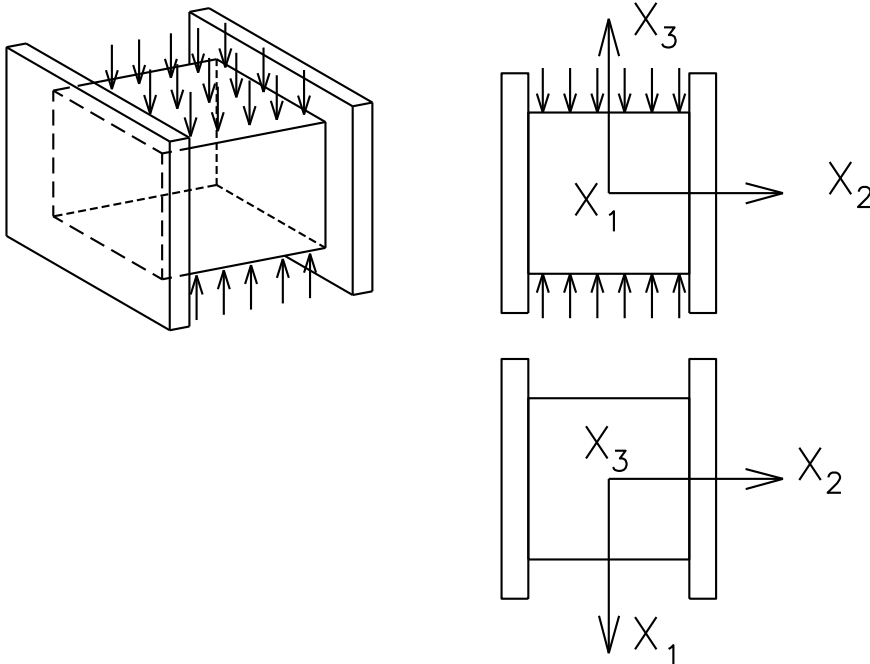
- Odrediti elastične konstante materijala
- Odrediti koliko će se promeniti dužina cilindra ako se istom silom optereti cilindar koji je upasovan u beskonačno krutu (nedeformabilnu) cev. (zanemariti trenje između cilindra i cevi)

\*\* c) Ukoliko je cilindar (koji nije upasovan u cev) bio opterećen preko granice plastifikacije, do skraćenja dužene od 2mm a po rasterećenju dužina neopterećenog cilindra je dostigla 19,95 cm, odrediti napon tečenja za materijal od koga je cilindar napravljen (smatrati da se radi o idealno elasto-plastičnom materijalu)

\*\*\* c-1) pod uslovima iz tačke c odrediti prečnik cilindra u trenutku kad je skraćenje iznosilo 2mm kao i po rasterećenju. (smatrati da se radi o idealno elasto-plastičnom materijalu)

\*\*\* c-2) Odrediti skraćenje cilindra upasovanog u nedeformabilnu cev izloženog intenzitetu sila iz tačke c.

5 Kocka od idealno elastičnog materijala je upasovana između dve glatke, nepokretne, beskonačno krute ploče, postavljene u ravni sa normalom  $X_2$ , kako je to slikom prikazano:



i opterećena u pravcu ose  $X_3$  površinskim opterećenjem  $p=5\text{kN/m}^2$ .

a) Napisati tenzor napona i tenzor deformacija ako je poznato  $E$  i  $\nu$ .

b) Odrediti klizanje između pravaca  $n$  i  $m$

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{e}_3 \quad \vec{m} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{e}_3$$

c) Ako je kocka pored opterećenja u pravcu ose  $X_3$  intenziteta  $p$ , opterećena i u pravcu ose  $X_1$  intenziteta  $q=p/2$ , odrediti tenzor napona i deformacija.

d) Pod uslovima iz tačke c, odrediti vrednost inteziteta opterećenja  $p$  pri kome nastaju plastične deformacije ako je pri jednoaksijalnom naprezanju izmerena vrednost napona na granici tečenja  $\sigma_T=5\text{MPa}$ , koristeći Treskin i Mizes-ov uslov plastičnosti.

6 Sračunati ukupnu dilataciju štapa promenljivog poprečnog preseka od istog materijala usled zadatog opterećenja, kao što je to slikom prikazano.

