



Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet
www.grf.bg.ac.rs

Studijski program: **Građevinarstvo**
Modul: **HVE**
Godina/Semestar: **III godina / V semestar**

Naziv predmeta (šifra): **Hidraulika 1 (B2H3H1)**

Nastavnici: **doc. dr Budo Zindović** **doc. dr Anja Ranđelović**
doc. dr Robert Ljubičić **doc. dr Miloš Milašinović**

Naslov predavanja: **Vežba 3: linija nivoa (1/3)**

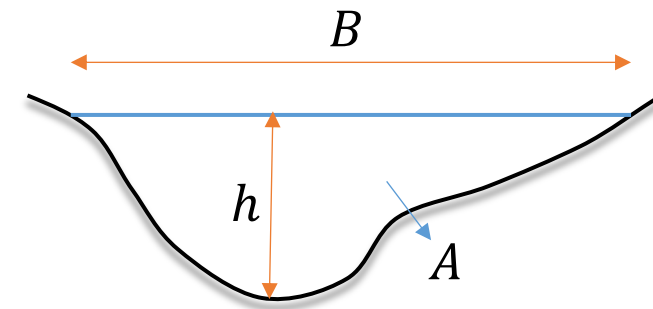
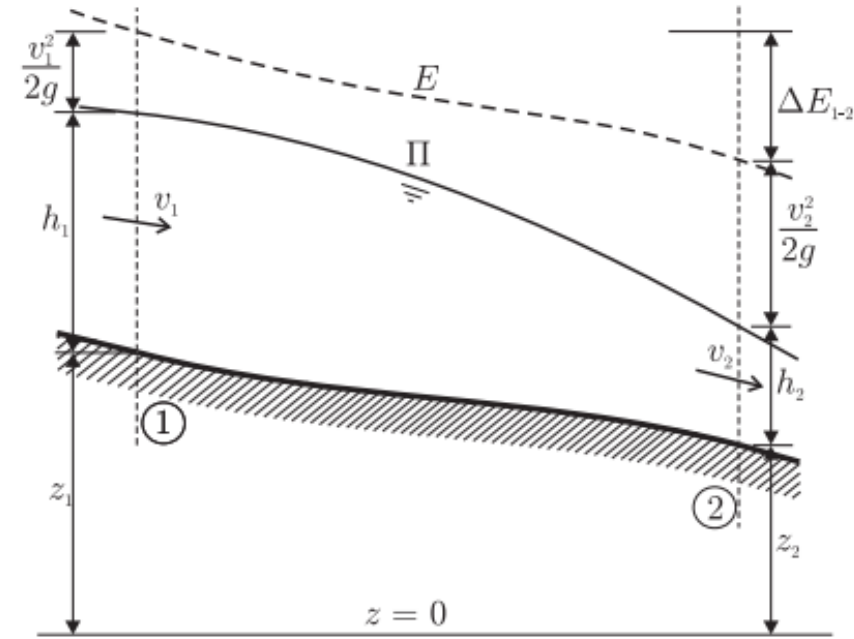
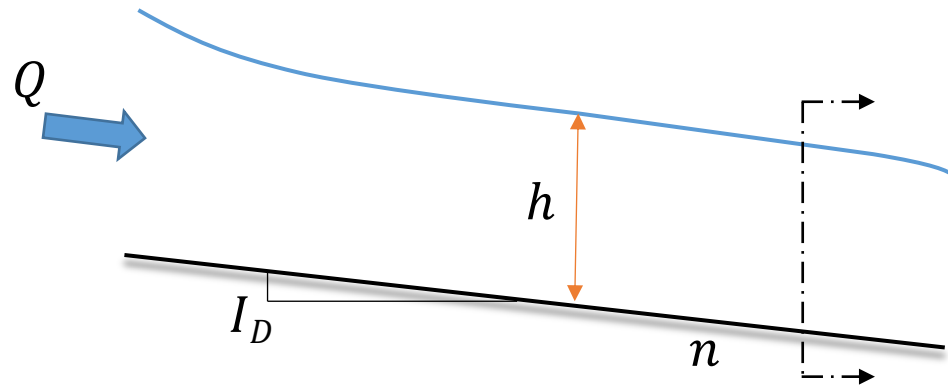
Datum : 01.11.2022.

Beograd, 2022.

Sva autorska prava autora prezentacije i/ili video snimaka su zaštićena. Snimak ili prezentacija se mogu koristiti samo za nastavu na daljinu studenta Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu u školskoj 2022/2023 i ne mogu se koristiti za druge svrhe bez pismene saglasnosti autora materijala.

Tečenje u otvorenim tokovima

- Karakteristične veličine
 - Protok Q ili brzina V
 - Dubina h ili površina proticajnog preseka A
 - Nagib dna I_d
 - Manningov koeficijent trenja n



$$Q = VA$$

$$V = \frac{Q}{A}$$

Tečenje u otvorenim tokovima

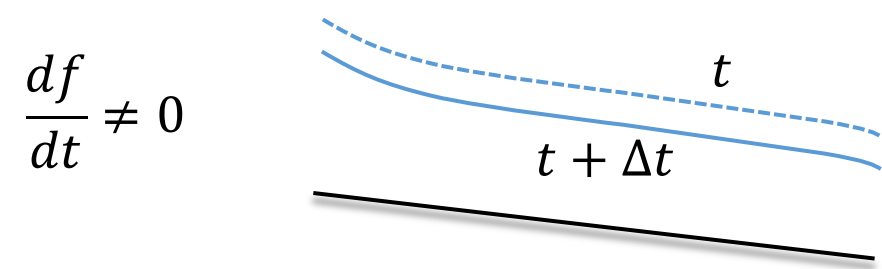
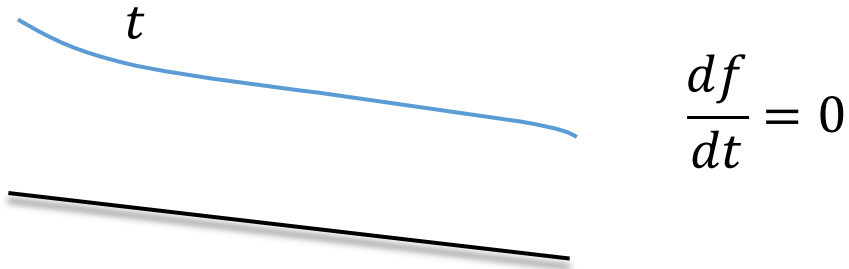
Promenjivo u vremenu?

NE

DA

Ustaljeno tečenje

Neustaljeno tečenje



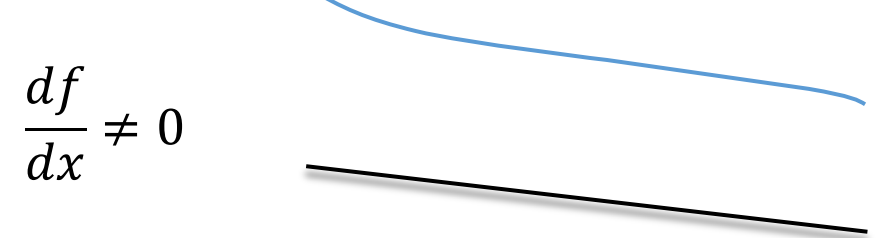
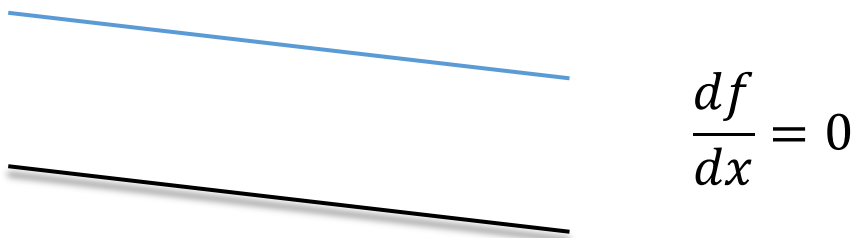
Promenjivo po prostoru?

NE

DA

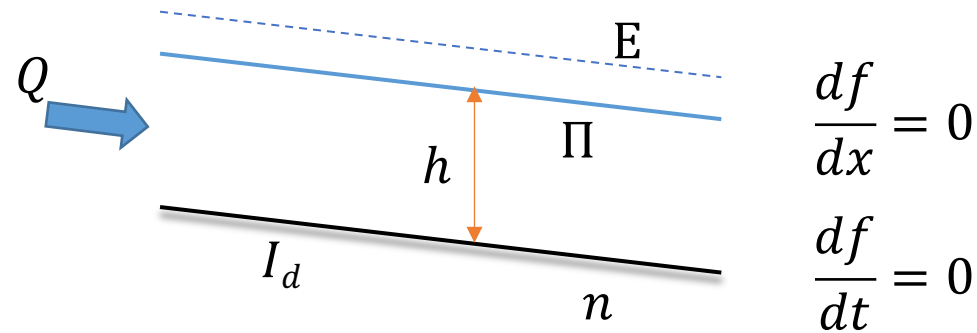
Jednoliko tečenje

Nejednoliko tečenje



Jednoliko (i ustaljeno) tečenje

- Najjednostavniji slučaj tečenja u otvorenim kanalima



- Preduslovi za jednoliko tečenje:

1. Protok je ustaljen $(Q = const.)$
2. Kanal prizmatičan i dovoljno dugačak $(A_k = const., L \rightarrow \infty)$
3. Konstantan nagib dna $(I_d = const.)$
4. Trenje ravnomerno po obodu kanala $(n = const.)$
5. Nema lokalnih otpora u kanalu
6. Hidrostatički raspored pritisaka po dubini $(p = \rho gh)$

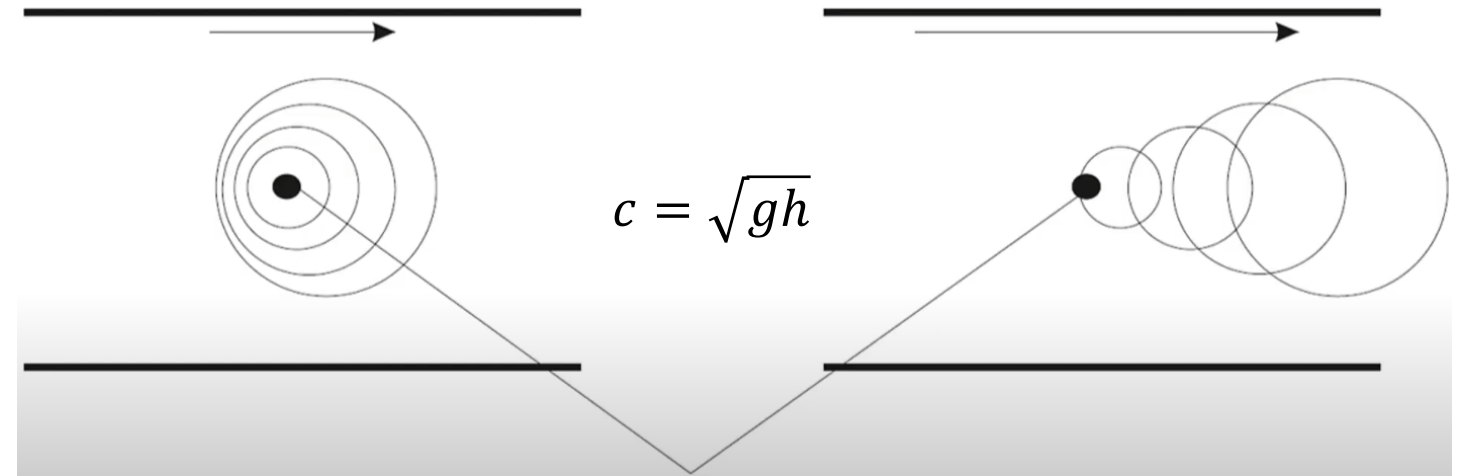
- U kanalu se javlja samo jedna dubina – **NORMALNA DUBINA** h_N $I_d = I_{\Pi} = I_E$

Jednoliko (i ustaljeno) tečenje

- Šezi-Maningova jednačina (na tabli)

Režimi tečenja u otvorenim kanalima

- Brzina prostiranja **talasa** (poremećaja) u otvorenim tokovima:



- Ako je brzina tečenja manja od brzine talasa $V < c \Rightarrow$ poremećaj se prostire i **uzvodno** i **nizvodno**
- “ brzina tečenja veća od brzine talasa $V > c \Rightarrow$ poremećaj se prostire samo **nizvodno**

- Razlikuju se **dva režima tečenja**:

- Režim **MIRNOG** tečenja $V < c \Rightarrow Fr < 1$

- Režim **BURNOG** tečenja $V > c \Rightarrow Fr > 1$

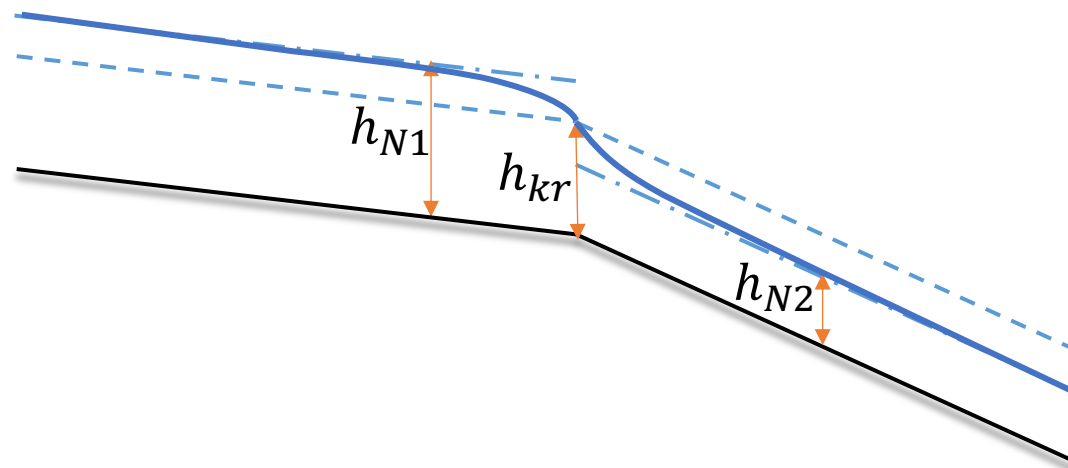
- Pokazatelj režima tečenja – **Frudov broj**

$$Fr = \frac{V^2}{c^2} = \frac{V^2}{gh} = \frac{Q^2 B}{gA^3}$$

Režimi tečenja u otvorenim kanalima

- Šta ako je Frudov broj $Fr = 1$?
 - Režim nije ni miran ni buran – prelazni režim
 - Javlja se samo pri jednoj dubini koja se naziva **kritična dubina** h_{kr}
- Nagib pri kom se javlja jednoliko tečenje sa kritičnom dubinom – **kritičan nagib kanala** $I_{kr} \Rightarrow h_N = h_{kr}$
- **VAŽNO:** kritična dubina ne zavisi od nagiba dna kanala I_d
- Kritična dubina se javlja kad tok iz **mirnog** režima prelazi u **buran**

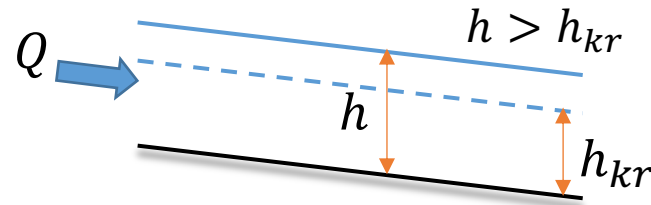
$$Fr = \frac{V_{kr}^2}{gh_{kr}} = 1$$



Režimi tečenja u otvorenim kanalima

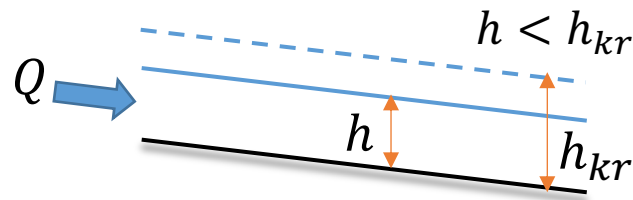
- Miran režim:**

- Velika dubina tečenja
- Mala brzina



- Buran režim:**

- Mala dubina tečenja
- Velika brzina



- **Kritična dubina** odgovara minimumu specifične energije

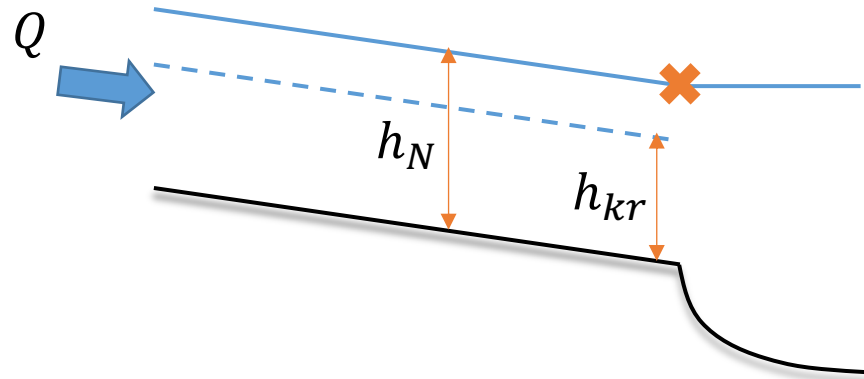
$$e = h + \frac{V^2}{2g}, \quad e_{min} = h_{kr} + \frac{V_{kr}^2}{2g}$$



- Primer oba režima: <https://www.youtube.com/watch?v=ObOmR5iXO04>

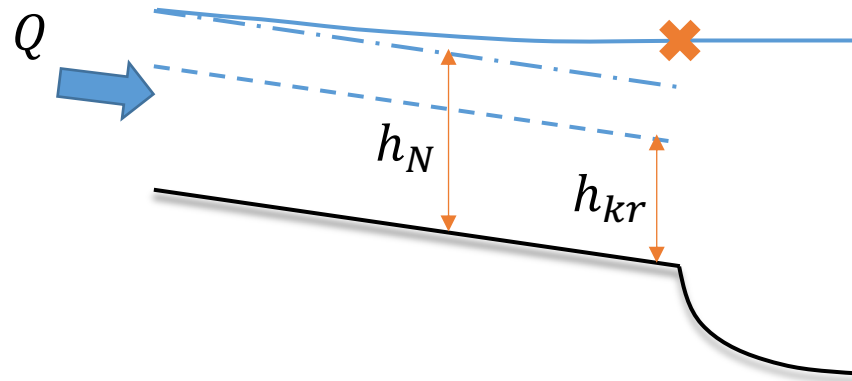
Blago nejednoliko ustaljeno tečenje !!!

- Jednoliko tečenje, ali šta ako...

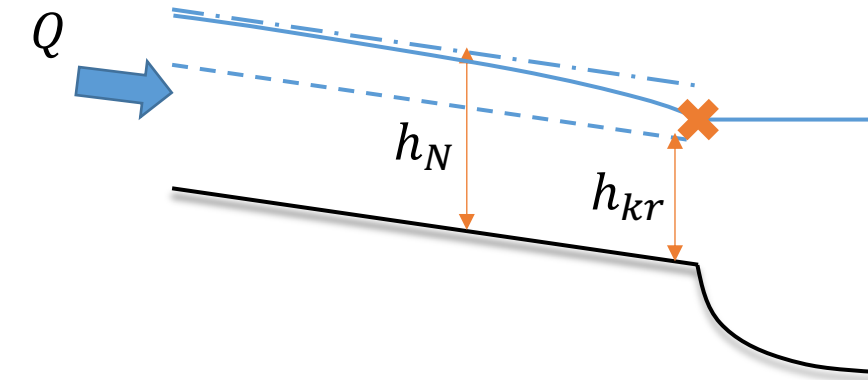


Nivo u jezeru je u ovom slučaju **GRANIČNI USLOV**, kom se tečenje u vodotoku mora prilagoditi

... nivo u jezeru poraste



... nivo u jezeru opadne



Blago nejednoliko ustaljeno tečenje

- Oblik linije nivoa zavisi od:

1. Nagiba dna kanala I_d

- $I_d < I_{kr} \Rightarrow$ linije tipa **M** (*Mild slope*)
- $I_d > I_{kr} \Rightarrow$ linije tipa **S** (*Steep slope*)
- ...

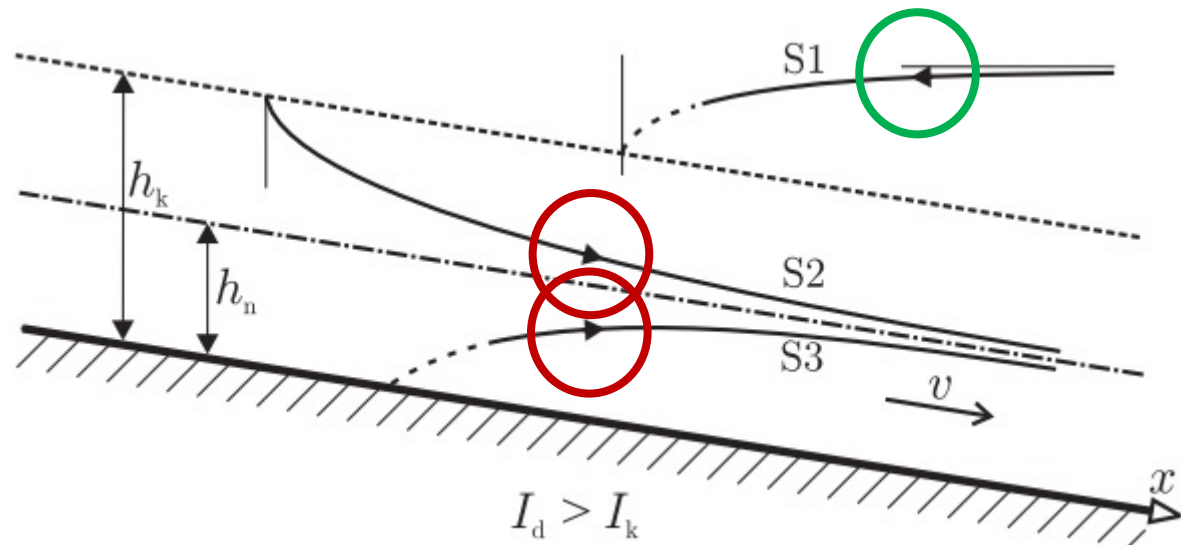
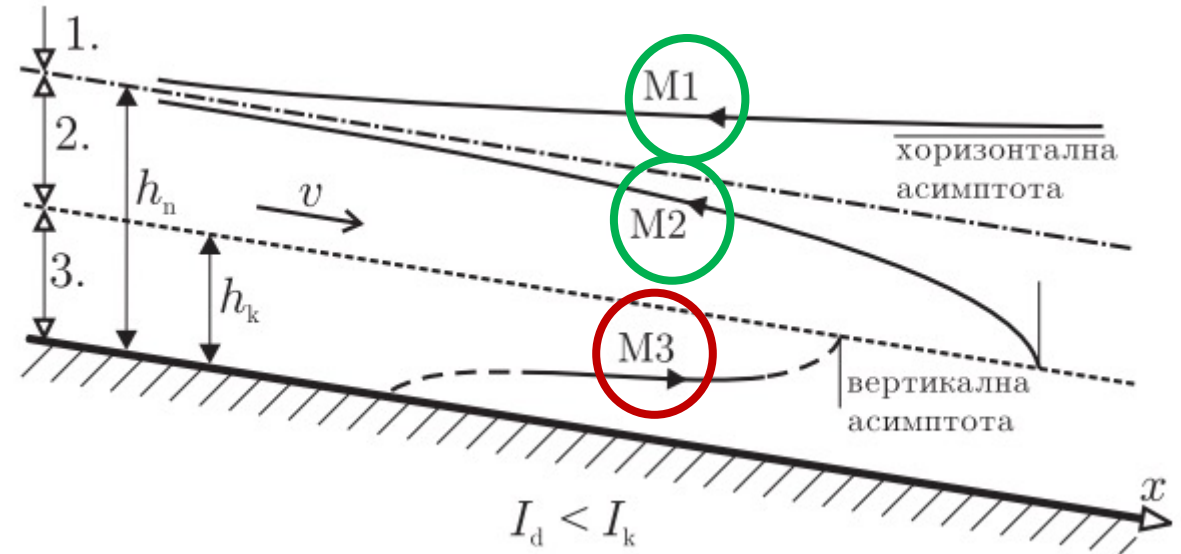
2. Graničnih uslova

- **Jednačina linije nivoa:**
$$\frac{dh}{dx} = \frac{I_d - I_E}{1 - Fr}$$

- Rešavanjem j-ne linije nivoa dobija se promena dubine h duž kanala (x), odnosno $h(x)$

- Proračun linije nivoa u smeru:

- Kod **mirnog** tečenja **uzvodno**
- Kod **burnog** tečenja **nizvodno**



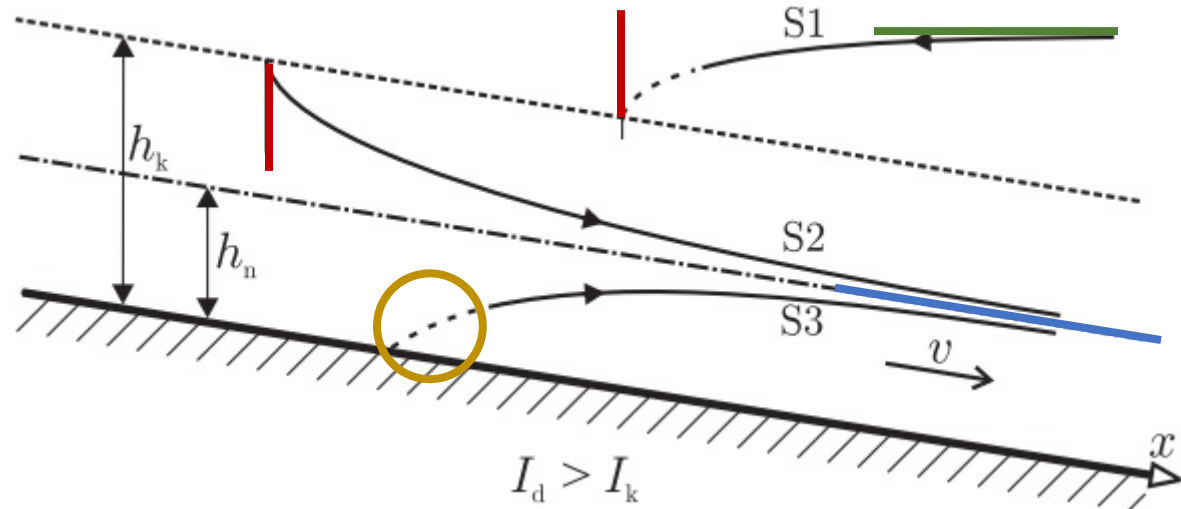
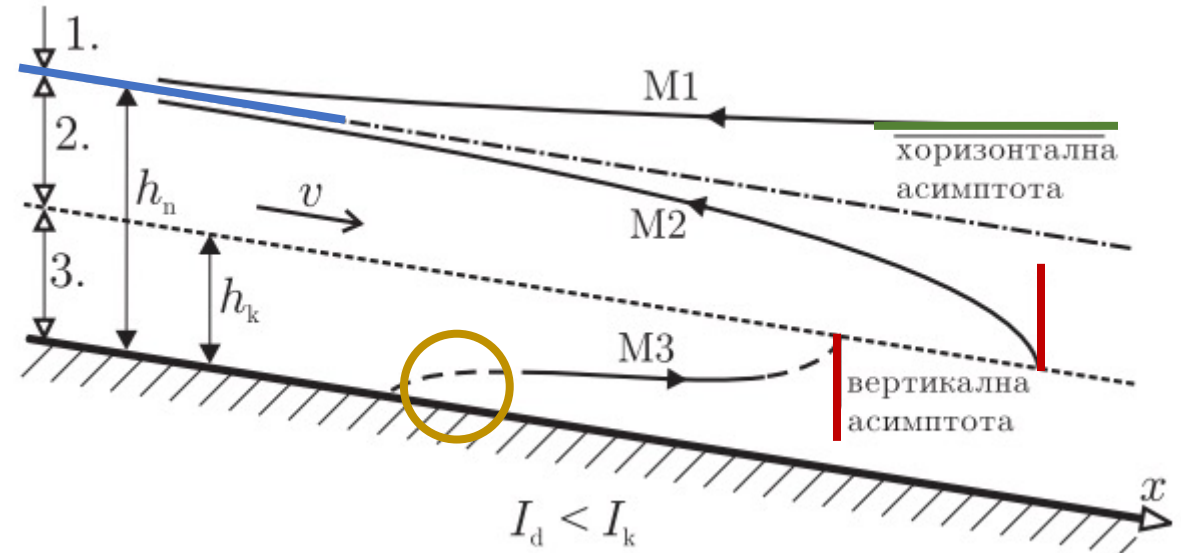
Blago nejednoliko ustaljeno tečenje

- Šta je zapravo dh/dx ?

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I_d - I_E}{1 - Fr}$$

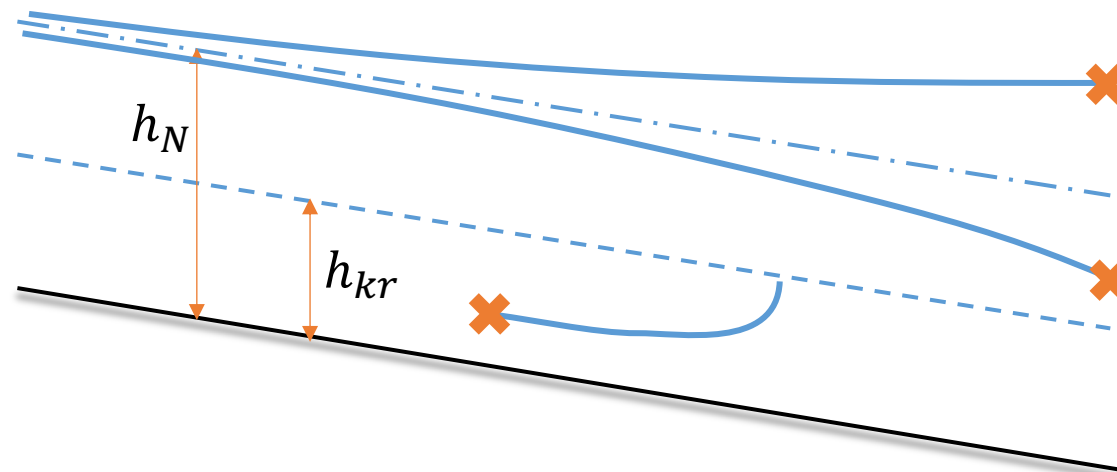
Tangenta linije nivoa za odabrano x

- Kako se ponaša dh/dx u okolini:
 - $h_N \Rightarrow I_E \rightarrow I_d \Rightarrow dh/dx \rightarrow 0$
 \Rightarrow linija nivoa asimptotski teži h_N
 - $h_{kr} \Rightarrow Fr \rightarrow 1 \Rightarrow dh/dx \rightarrow \infty$
 \Rightarrow linija nivoa ima vertikalnu tangentu kod h_{kr}
 - $h \rightarrow \infty \Rightarrow I_E \rightarrow 0 \Rightarrow dh/dx \rightarrow I_d$
 \Rightarrow horizontalna asimptota, nivo stagnira
 - Dna kanala
 \Rightarrow nedefinisano ponašanje



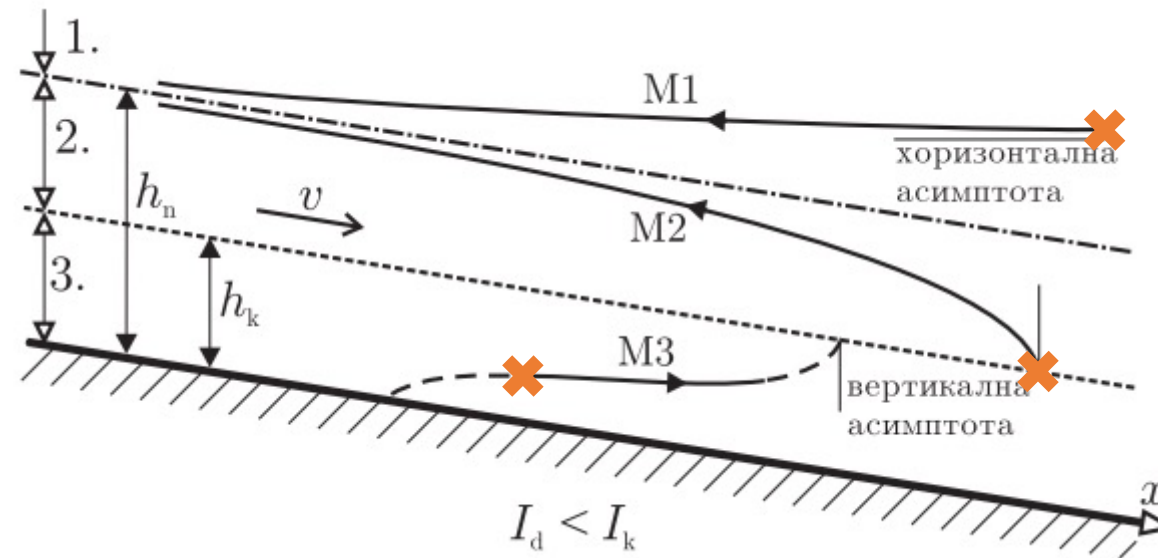
Blago nejednoliko ustaljeno tečenje

- Kako odrediti i skicirati tip linije nivoa?
 1. Utvrditi odnos h_N i h_{kr} (ili I_d i I_{kr}):
 - $h_N > h_{kr}$ ili $I_d < I_{kr} \Rightarrow$ linije tipa **M**
 - $h_N < h_{kr}$ ili $I_d > I_{kr} \Rightarrow$ linije tipa **S**
 2. Utvrditi poziciju graničnog uslova:
 - 3 zone u zavisnosti od h_N i h_{kr}
 3. Odrediti smer proračuna linije nivoa:
 - Mirno tečenje, proračun u uzvodnom smeru \leftarrow
 - Burno tečenje, proračun u nizvodnom smeru \rightarrow
 4. Spojiti granični uslov (✗) sa karakterističnom dubinom (h_N i h_{kr})

1. Mirno \leftarrow 2. Mirno \leftarrow 3. Burno \rightarrow

Blago nejednoliko ustaljeno tečenje

- Linije tipa **M**
- Važe sledeće zavisnosti
 - $I_d < I_{kr}$
 - $h_N > h_{kr}$



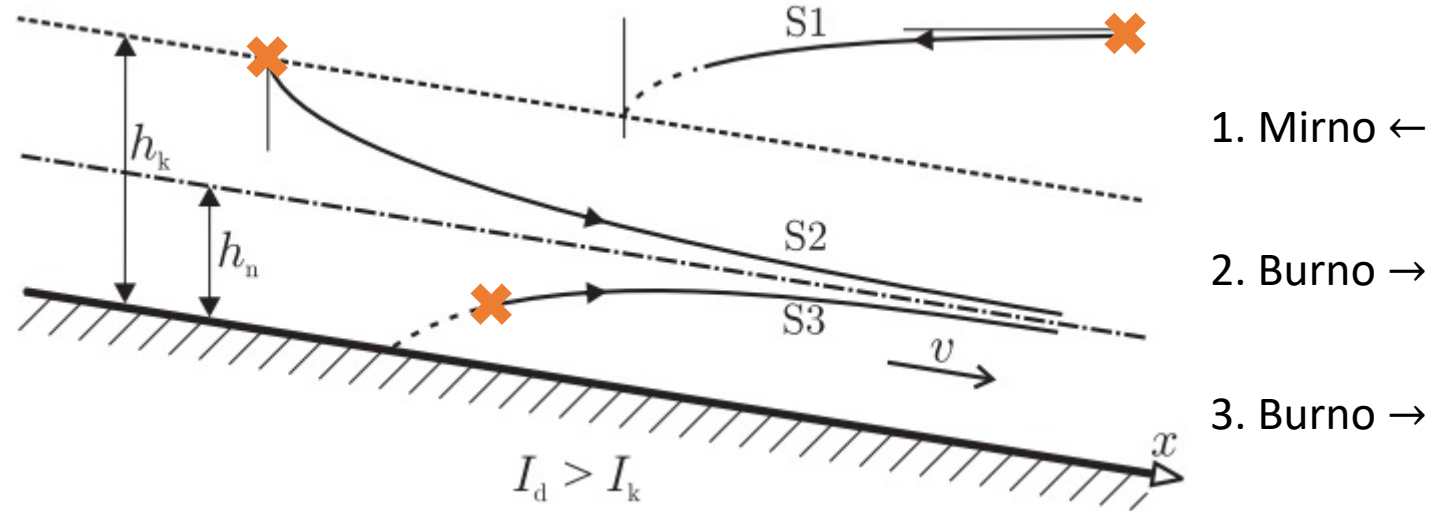
1. Mirno ←

2. Mirno ←

3. Burno →

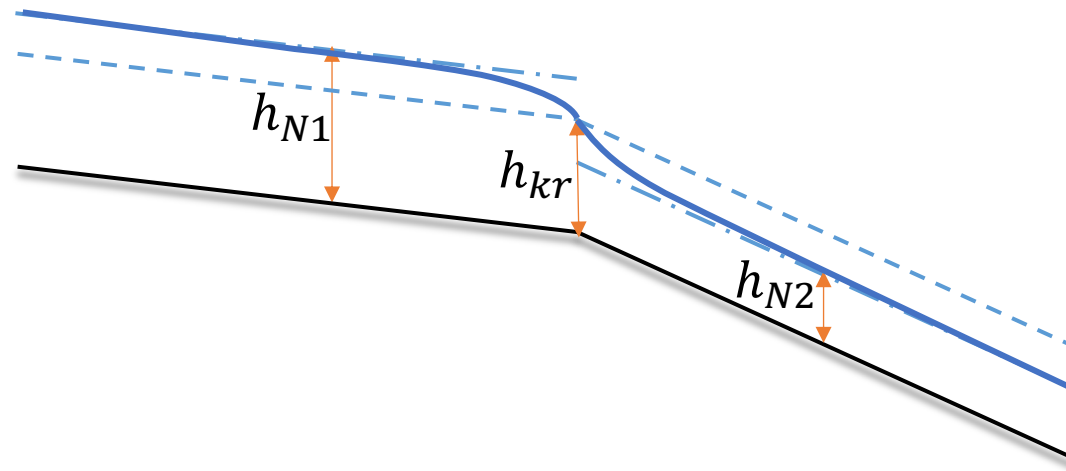
Blago nejednoliko ustaljeno tečenje

- Linije tipa S
- Važe sledeće zavisnosti
 - $I_d > I_{kr}$
 - $h_N < h_{kr}$



Režimi tečenja u otvorenim kanalima

- Kritična dubina se javlja kad tok iz **mirnog** režima prelazi u **buran**



- Prelaz iz burnog režima u miran? <https://www.youtube.com/watch?v=7tjf8HWiR3Y>
- **HIDRAULIČKI SKOK**