



Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet
www.grf.bg.ac.rs

Studijski program: **Građevinarstvo**
Modul: **HVE**
Godina/Semestar: **III godina / V semestar**

Naziv predmeta (šifra): **Hidraulika 1 (B2H3H1)**

Nastavnici: **doc. dr Budo Zindović** **doc. dr Anja Ranđelović**
doc. dr Robert Ljubičić **doc. dr Miloš Milašinović**

Naslov predavanja: **Vežba 1: Proračun linijskih otpora**

Datum : 11.10.2022.

Beograd, 2022.

Sva autorska prava autora prezentacije i/ili video snimaka su zaštićena. Snimak ili prezentacija se mogu koristiti samo za nastavu na daljinu studenta Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu u školskoj 2022/2023 i ne mogu se koristiti za druge svrhe bez pismene saglasnosti autora materijala.

Plan vežbanja:

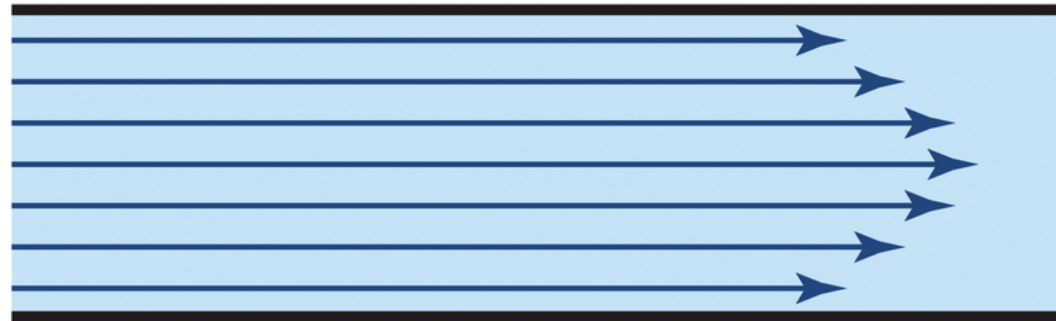
1. Linijski i lokalni otpori	11.10.
2. Pumpe i turbine	25.10.
3. Linije nivoa (pri blago promenjivom nejednolikom tečenju)	01.11.
4. Proračun linije nivoa (pri blago promenjivom nejednolikom tečenju)	08. i 15.11.
5. Mostovsko suženje i prag	22. i 29.11.
6. Ustava i slapište	06.12.
7. Porozna sredina	13.12.
8. Laboratorijske vežbe	19. i 20.12.
9. Priprema za ispit	26.12.

Plan vežbanja:

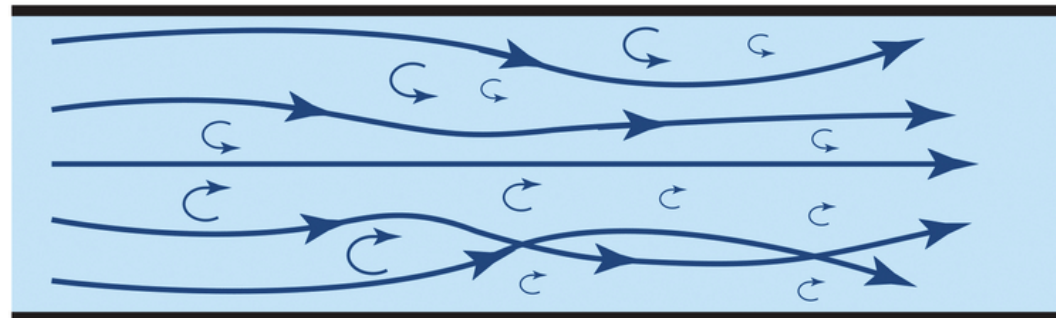
1. Linijski i lokalni otpori	11.10.
2. Pumpe i turbine	25.10.
3. Linije nivoa (pri blago promenjivom nejednolikom tečenju)	01.11.
4. Proračun linije nivoa (pri blago promenjivom nejednolikom tečenju)	08. i 15.11.
5. Mostovsko suženje i prag	22. i 29.11.
6. Ustava i slapište	06.12.
7. Porozna sredina	13.12.
8. Laboratorijske vežbe	19. i 20.12.
9. Priprema za ispit	26.12.

Režimi strujanja pod pritiskom

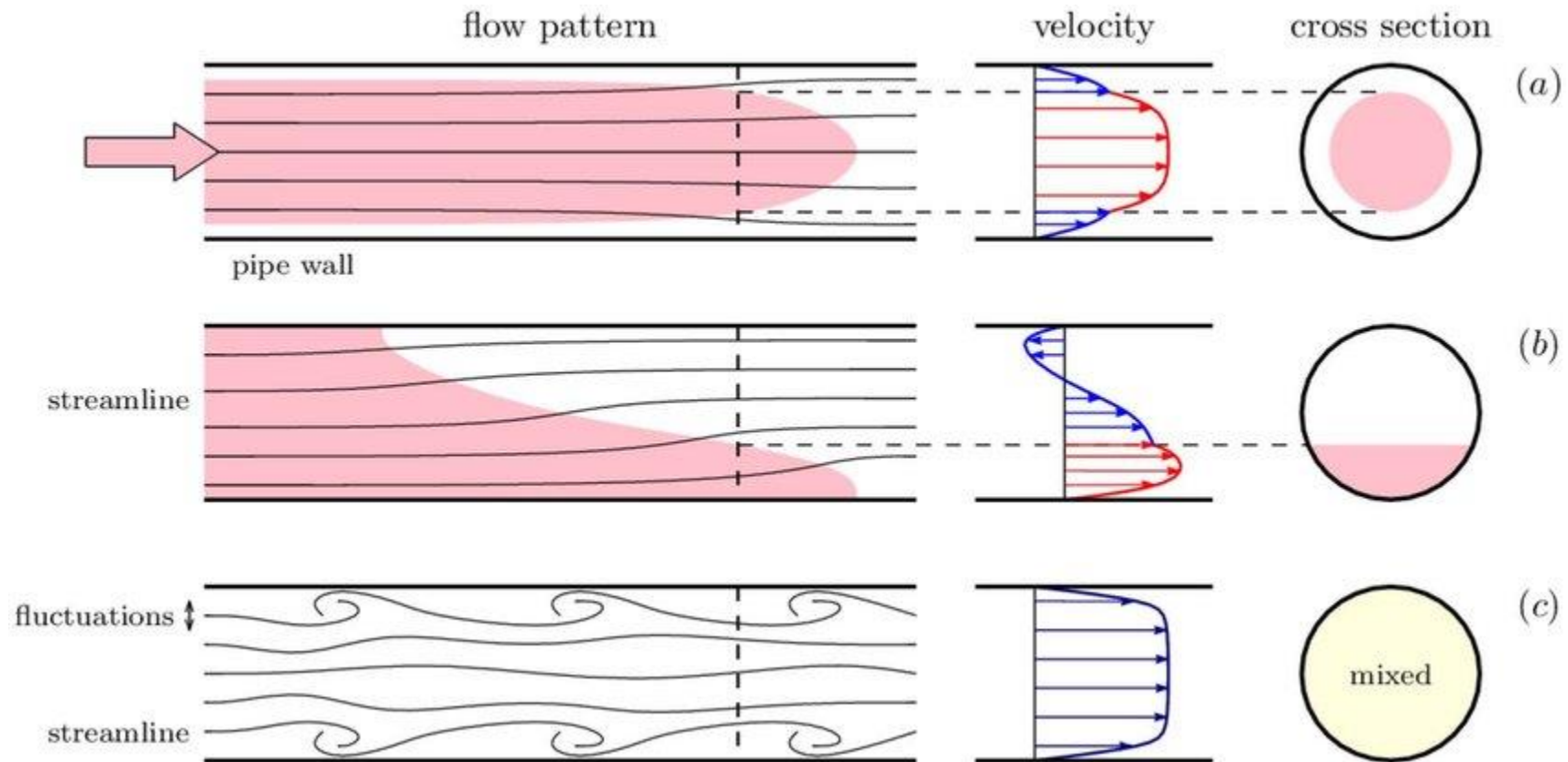
Laminar Flow



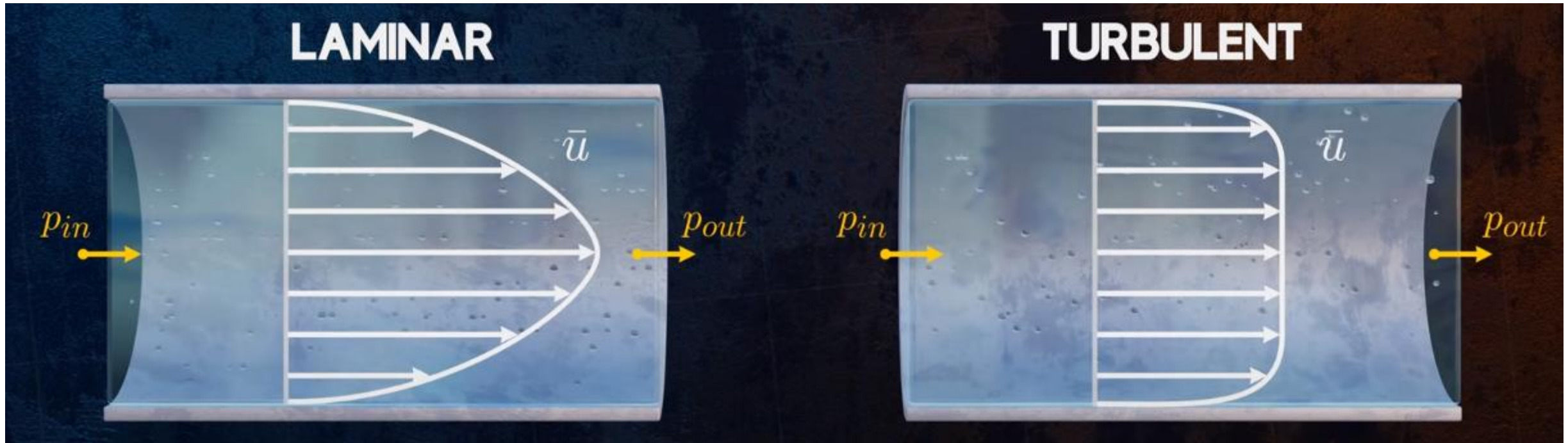
Turbulent Flow



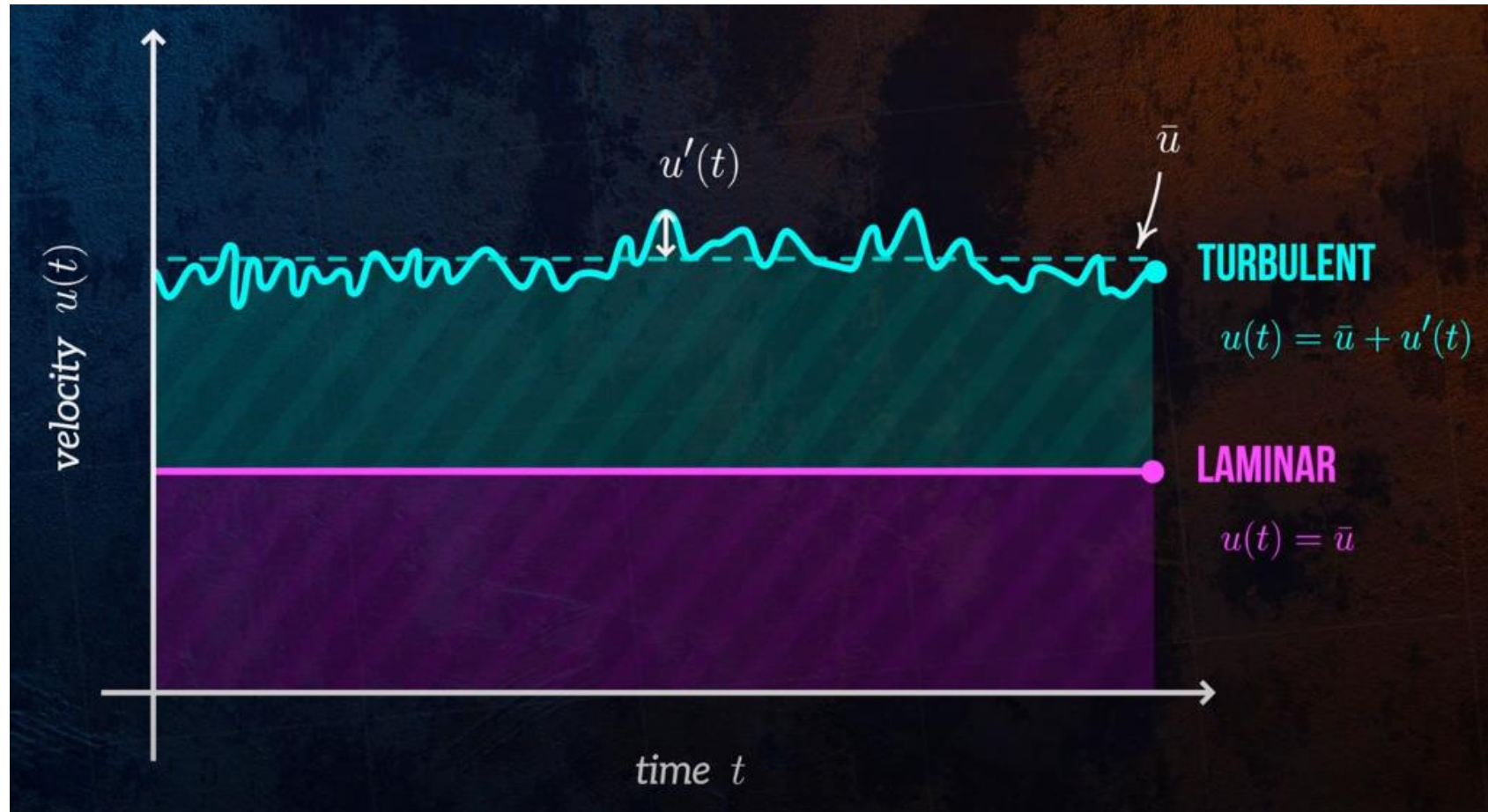
Kako nastaje turbulencija u cevima?



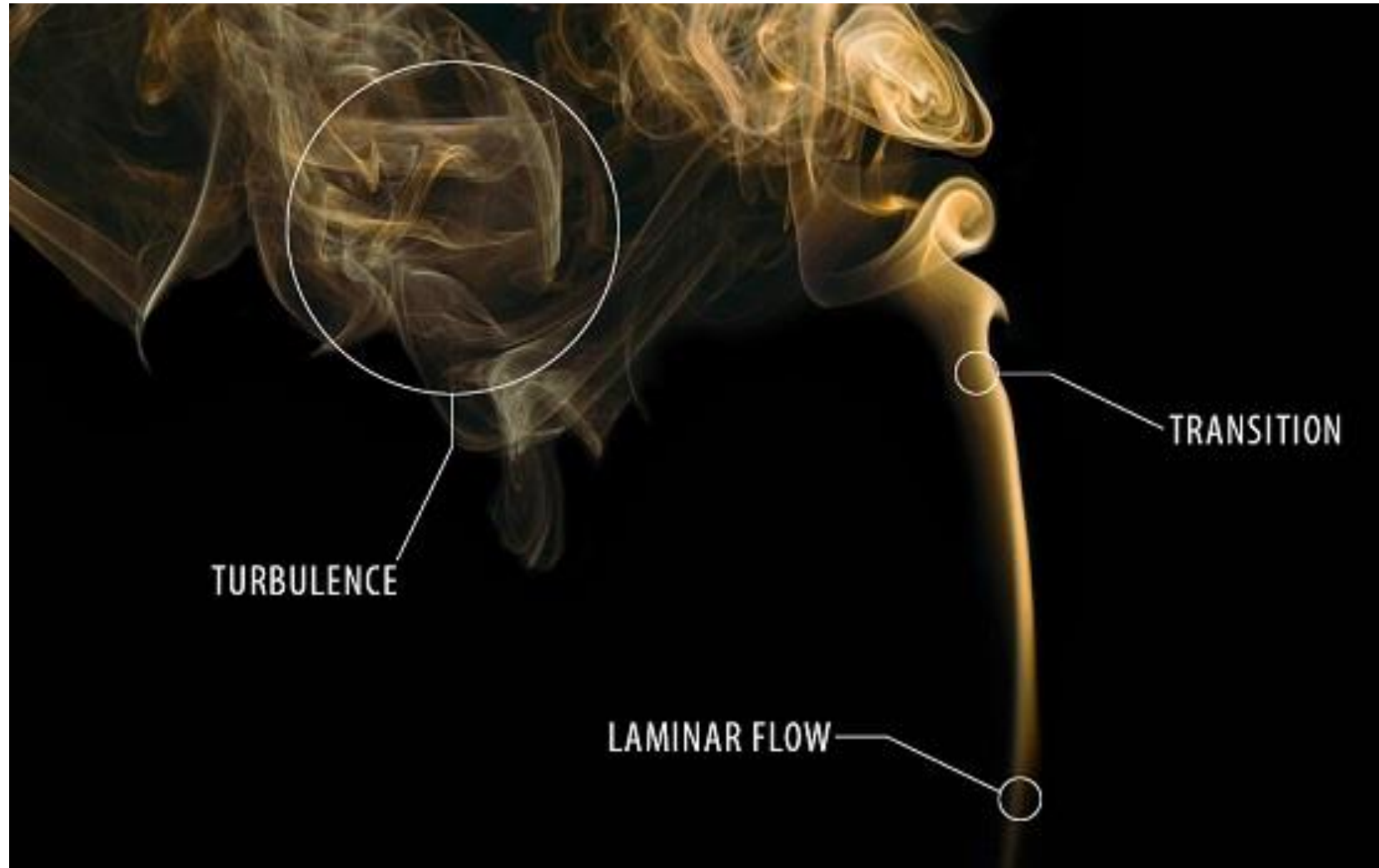
Raspored brzina po preseku cevi



Varijacija brzina kroz vreme



Primer za gasove



Video

- Primeri laminarnog tečenja

<https://www.youtube.com/shorts/MPB09Vuz8rg>

https://www.youtube.com/watch?v=p08_KITKP50

- Zanimljivosti u vezi turbulentnog tečenja

<https://www.youtube.com/watch?v=5zI9sG3pjVU>

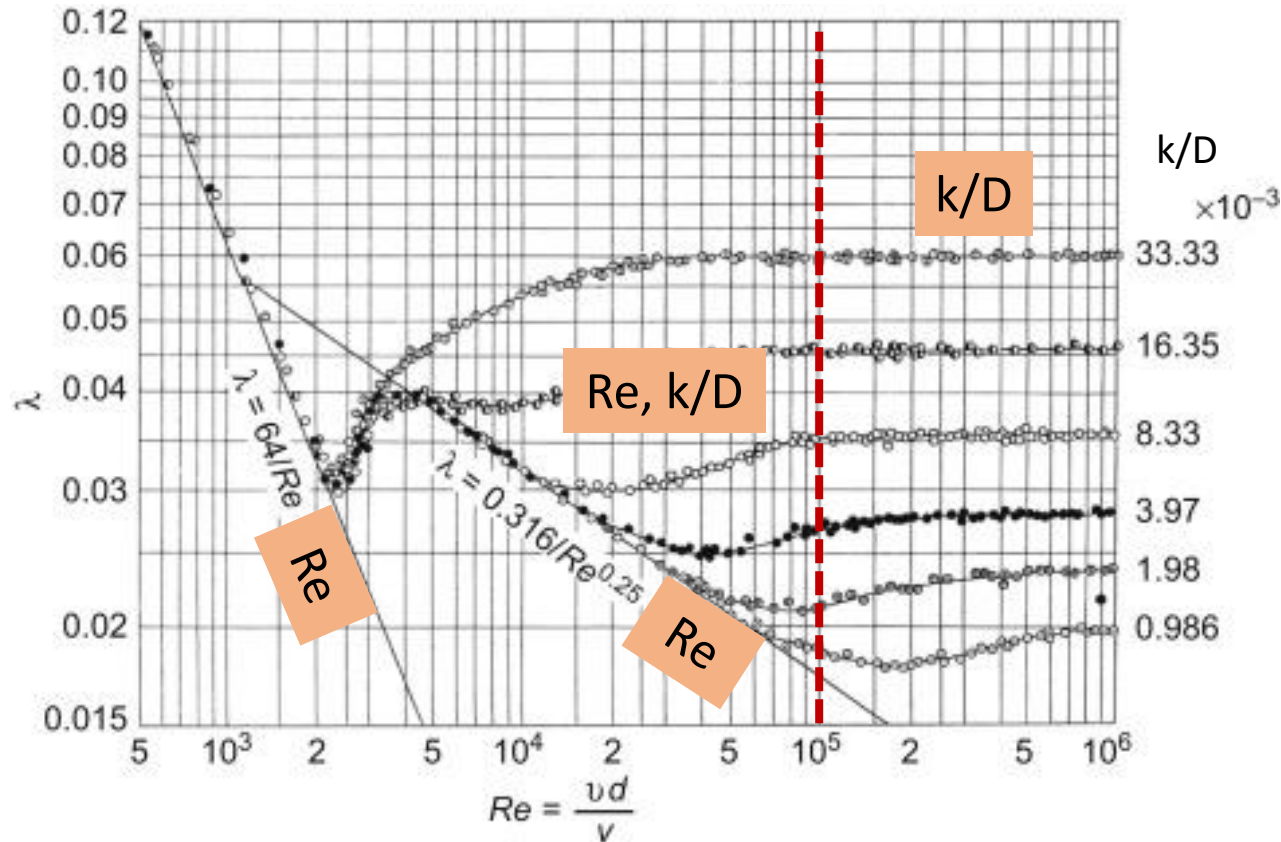
<https://www.youtube.com/watch?v=RkewD966Y90>

<https://www.youtube.com/watch?v=v5IoP9Pc-Y0>

- CFD simulacije turbulentnog strujanja:

<https://www.youtube.com/c/ProjectPhysX>

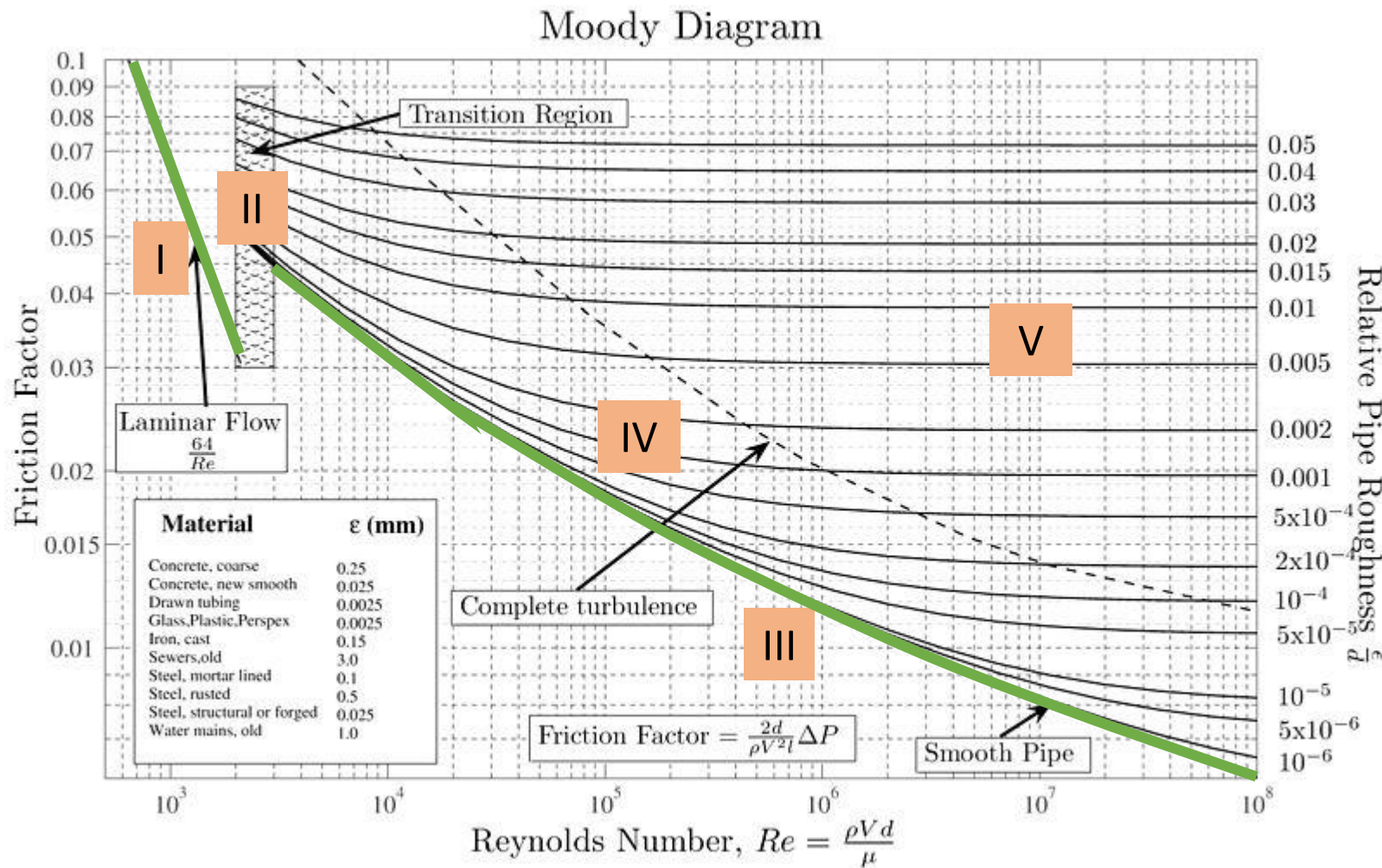
Dijagram Nikuradzea za veštački ohrapavljene cevi



Otpori trenja zavise od:

1. Reynoldsovog broja $Re = \frac{\rho DV}{\eta} = \frac{DV}{\nu}$
2. Brzine tečenja V
3. Prečnika cevi D
4. Viskoznosti fluida η
5. Hrapavosti cevi k

Moody-jev dijagram za komercijalne cevi

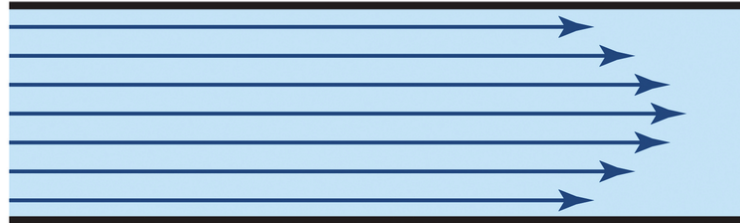


Pet režima („oblasti“) tečenja:

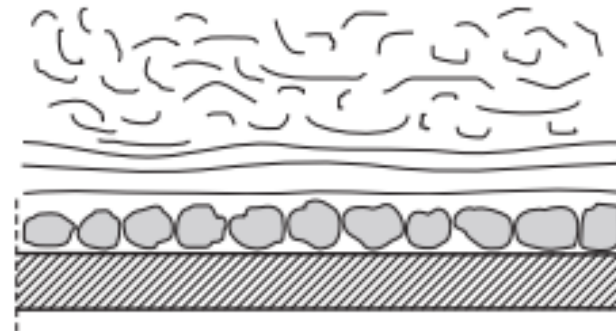
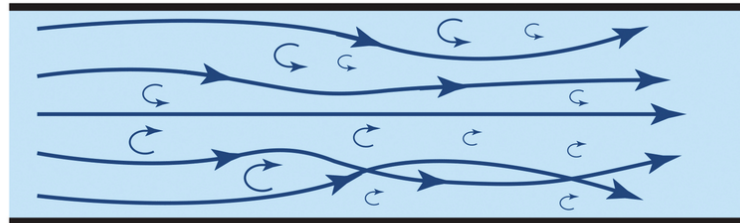
- I. **Laminarno** tečenje ($Re < 2000$)
 $\lambda = f(Re)$
- II. Prelaz između lam. i turb.
 $\lambda = f(???)$
- III. **Turbulentno** tečenje u hidraulički glatkoj cevi
 $\lambda = f(Re)$
- IV. **Prelazni režim** između tečenja u turbulentno glatkoj cevi u turbulentno hrapavu cev
 $\lambda = f(Re, k/D)$
- V. **Turbulentno** tečenje u hidraulički hrapavoj cevi
 $\lambda = f(k/D)$

Hidraulički „glatka“ i „hrapava“ cev?

Laminar Flow



Turbulent Flow



турбулентно језгро

вискозни подслој

пешчана хрпавост

зид цеви

Izrazi za proračun linijskih otpora u cevima

I. Laminarno tečenje

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \quad Re = \frac{\rho DV}{\eta} = \frac{DV}{\nu}$$

II. Prelaz između laminarnog i turbulentnog režima

$$\lambda = f(???)$$

III. Turbulentno tečenje u **hidraulički glatkoj cevi** $\lambda = f(Re)$

IV. **Prelazni režim** između tečenja u turbulentno glatkoj cevi u turbulentno hrapavu cev $\lambda = f(Re, k/D)$

V. Turbulentno tečenje u **hidraulički hrapavoj cevi** $\lambda = f(k/D)$

Colebrook-White:
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.71D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}} \right), Re > 4000$$

Aproksimacija:
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.71D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \quad (\text{Swamee and Jain 1976})$$

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01586547/document>

Izrazi za proračun linijskih otpora u cevima

I. Laminarno tečenje

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \quad Re = \frac{\rho DV}{\eta} = \frac{DV}{\nu}$$

II. Prelaz između laminarnog i turbulentnog režima

$$\lambda = f(???)$$

III. Turbulentno tečenje u **hidraulički glatkoj cevi** $\lambda = f(Re)$

IV. **Prelazni režim** između tečenja u turbulentno glatkoj cevi u turbulentno hrapavu cev $\lambda = f(Re, k/D)$

V. Turbulentno tečenje u **hidraulički hrapavoj cevi** $\lambda = f(k/D)$

Colebrook-White: $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.71D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}} \right), Re > 4000$

Aproksimacija: $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.71D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right)$ (Swamee and Jain 1976)

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01586547/document>

Izrazi za proračun linijskih otpora u cevima

I. Laminarno tečenje

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \quad Re = \frac{\rho DV}{\eta} = \frac{DV}{\nu}$$

II. Prelaz između laminarnog i turbulentnog režima

$$\lambda = f(???)$$

III. Turbulentno tečenje u **hidraulički glatkoj cevi** $\lambda = f(Re)$

IV. Prelazni režim između tečenja u turbulentno glatkoj cevi u turbulentno hrapavu cev $\lambda = f(Re, k/D)$

V. Turbulentno tečenje u **hidraulički hrapavoj cevi** $\lambda = f(k/D)$

Colebrook-White:
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.71D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}} \right), Re > 4000$$

Aproksimacija:
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.71D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \quad (\text{Swamee and Jain 1976})$$

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01586547/document>

Izrazi za proračun linijskih otpora u cevima

I. Laminarno tečenje

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \quad Re = \frac{\rho DV}{\eta} = \frac{DV}{\nu}$$

II. Prelaz između laminarnog i turbulentnog režima

$$\lambda = f(???)$$

III. Turbulentno tečenje u **hidraulički glatkoj cevi** $\lambda = f(Re)$

IV. **Prelazni režim** između tečenja u turbulentno glatkoj cevi u turbulentno hrapavu cev $\lambda = f(Re, k/D)$

V. Turbulentno tečenje u **hidraulički hrapavoj cevi** $\lambda = f(k/D)$

Colebrook-White: $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.71D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} \right), Re > 4000$

Aproksimacija: $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.71D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right)$ (Swamee and Jain 1976)

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01586547/document>

Kako odrediti režim strujanja i koeficijent linijskog otpora?

- Režim strujanja nije unapred poznat:
 1. Pretpostaviti režim tečenja, najčešće oblast **V** (turbulentno u hidraulički hrapavoj cevi)
 2. Odrediti λ na osnovu nekog izraza za odabranu oblast
 3. Proračunati protok Q , odnosno brzinu V
 4. Odrediti Rejnoldsov broj Re
 5. Na Moody-jevom dijagramu proveriti da li tačka $(Re, k/D)$ „pada“ u oblast **V**
 - 5.1 Odgovor na tačku 5 = **DA**: proračun se završava, važi oblast **V**
 - 5.2 Odgovor na tačku 5 = **NE**:
 - 5.2.1 Proveriti u koju oblast „upada“ tačka $(Re, k/D)$
 - 5.2.2 Na osnovu Re i k/D upotrebiti odgovarajući izraz za novu oblast strujanja
 - 5.2.3 Ponavljati do konvergencije

Primer korišćenja Moody-jevog dijagrama

1. Pretpostavka: **V** oblast, $k = 0.1 \text{ mm}$, $D = 100 \text{ mm}$, $k/D = 0.001$

2.
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.71D} \right)$$

3. Izračunamo λ i Q

4. Odredimo $Re = 500\,000$

5. **Dijagram:** nije oblast **V** nego **IV**

6.
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.71D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right)$$

7. Izračunamo novo λ i Q

8. Odredimo novu vrednost Re

9. **Ponavljati** od tačke 5

10. Kriterijum konvergencije:

$$\varepsilon = \frac{|Re_{novo} - Re_{pret}|}{Re_{pret}} \times 100 [\%]$$

