

Типологија поплавних таласа

1. Таласи без стрмог чела - **благо променљиво** неустаљено течење
(таласи на великим рекама услед отицаја са слива)
2. Таласи са стмим челом - **нагло променљиво** неустаљено течење
(таласи на бујичним водотоцима, услед пролома брана, ...)



Дуги таласи у “плиткој води”: $\Lambda/h \gg 20$

Релативна брзина (у односу на средњу профилску брзину):

- таласи мале амлитуде:

$$c = \sqrt{\frac{g\Lambda}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{\Lambda}}$$

- таласи мале амплитуде у плиткој води:

$$c \approx \sqrt{g(A/B)}$$

Апсолутна брзина таласа (у односу на фиксну тачку на обали):

$$(V \pm c)$$

I

**Методе прорачуна
простирања поплавних таласа**

Линијски (1D) модели

Сан Венанове једначине (St. Venant)

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{q}{B} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + g \cdot A \cdot \frac{\partial Z}{\partial x} + g \cdot A \cdot I_e = 0.$$

$$I_e = \frac{n^2 \cdot Q |Q|}{A^2 R^{4/3}} = \frac{Q |Q|}{K^2}$$

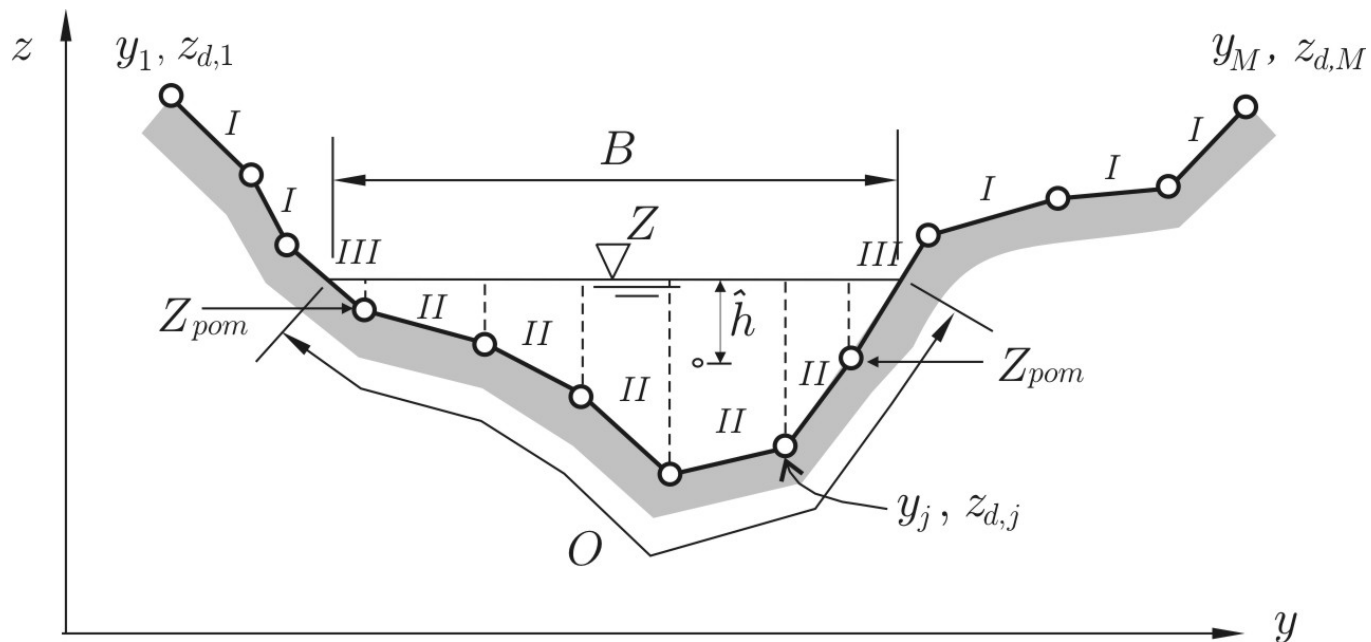
+ почетни и гранични услови

За решавање једначина неустаљеног течења могу се користити:

- Метода карактеристика
- Метода коначних разлика (запремина)
- Метода коначних елемената

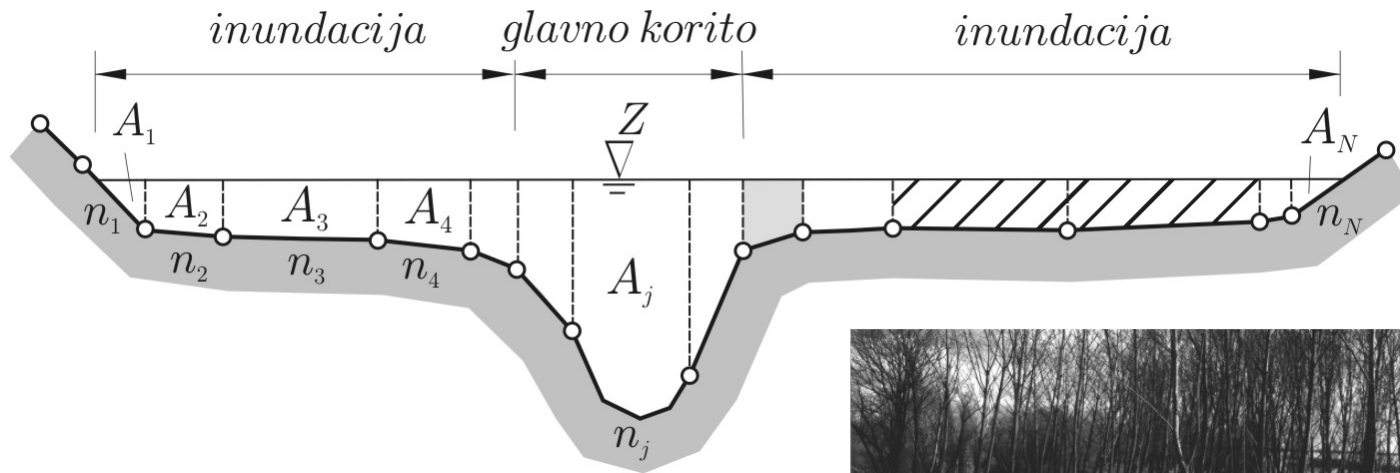
Одбрана од поплава

... решавање основних једначина
захтева задавање геометрије речног корита:

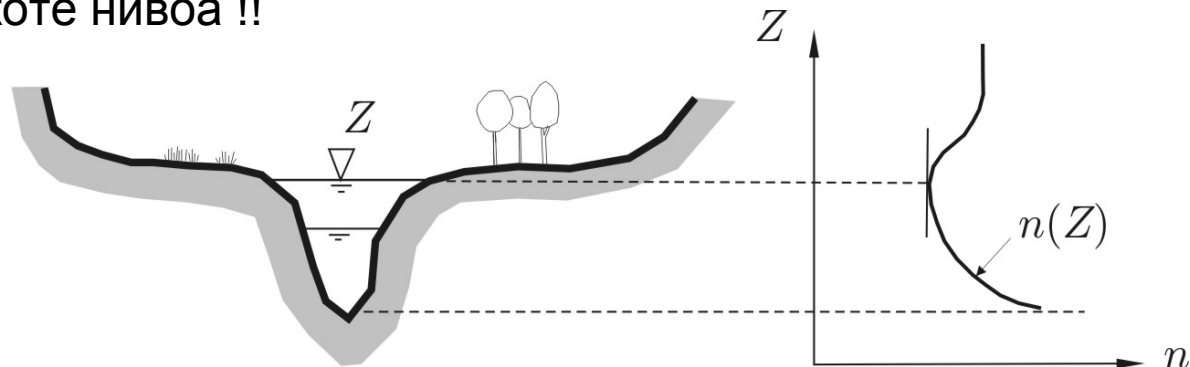


Одбрана од поплава

Специфичност корита за велику воду:
неуниформност рапавости по попречном пресеку



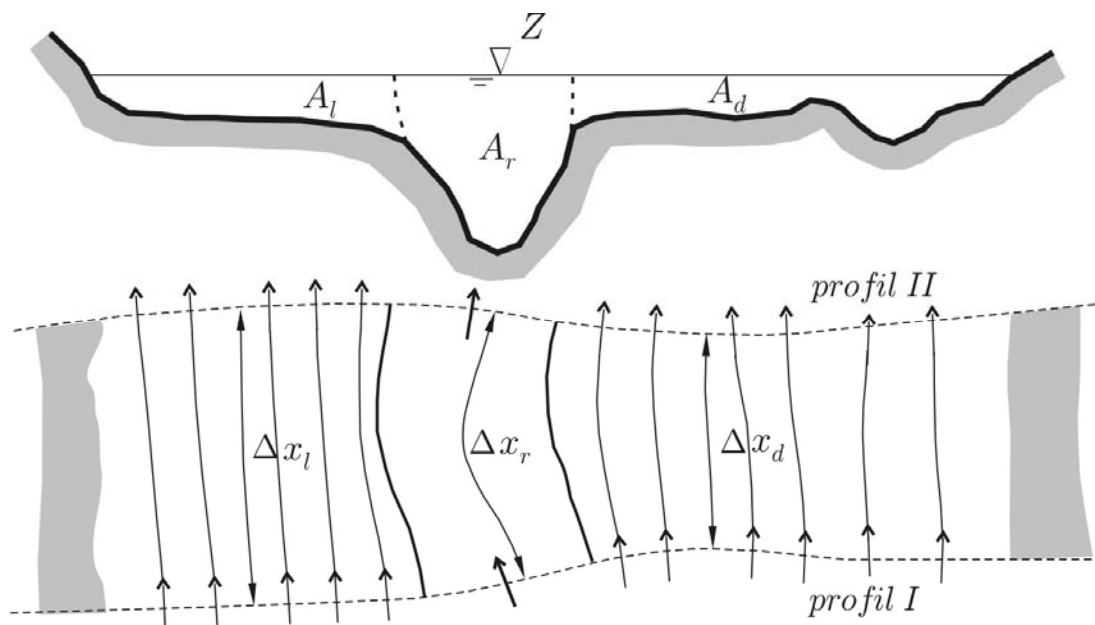
зависи и од коте нивоа !!



Модификација (проширење) Сан Венанових једначина:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta \cdot Q^2}{A} \right) + g \cdot A \cdot \left(\frac{\partial Z}{\partial x} + I_e \right) = 0,$$



$$A = A_l + A_r + A_d,$$

$$K = K_r + K_l + K_d$$

$$K_r = A_r R_r^{2/3} / n_r$$

$$K_l = A_l R_l^{2/3} / n_l$$

$$K_d = A_d R_d^{2/3} / n_d.$$

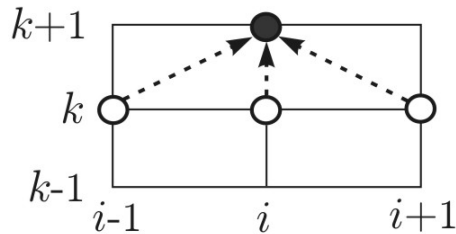
$$\beta = \frac{K_l^2 / A_l + K_r^2 / A_r + K_d^2 / A_d}{K^2 / A}.$$

$$\Delta x = \frac{\Delta x_l \cdot \bar{Q}_l + \Delta x_r \cdot \bar{Q}_r + \Delta x_d \cdot \bar{Q}_d}{\bar{Q}_l + \bar{Q}_r + \bar{Q}_d},$$

Нумерички приступ решавању Сан Венанових једначина

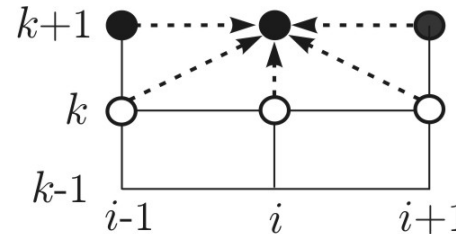
метода коначних разлика

експлицитне
схеме

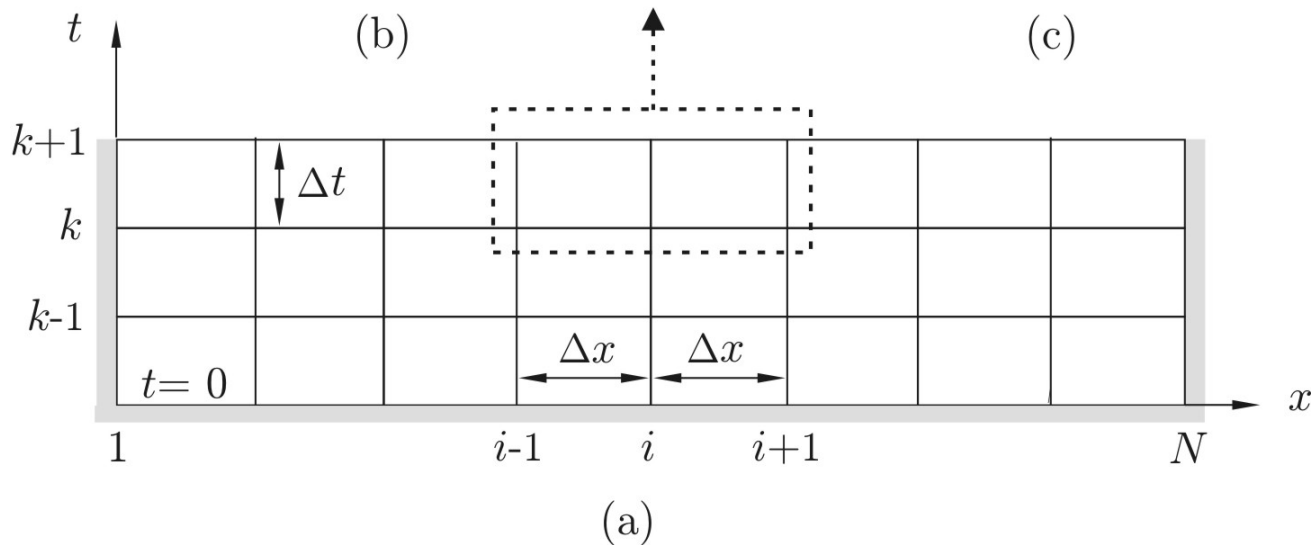


(b)

имплицитне
схеме



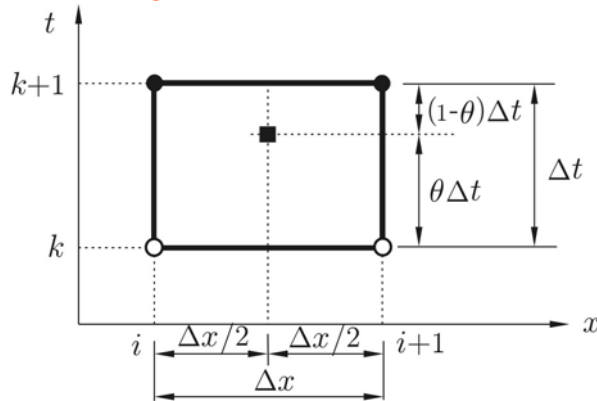
(c)



(a)

дискретизација рачунске области (“ x - t раван”)

Прајсманова (Preissmann) имплицитна схема (“4 тачке”)



$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{f_i^{k+1} + f_{i+1}^{k+1}}{2} - \frac{f_i^k + f_{i+1}^k}{2} \right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \theta \frac{f_{i+1}^{k+1} - f_i^{k+1}}{\Delta x} + (1 - \theta) \frac{f_{i+1}^k - f_i^k}{\Delta x},$$

$$f(x, t) \approx \theta \left(\frac{f_i^{k+1} + f_{i+1}^{k+1}}{2} \right) + (1 - \theta) \left(\frac{f_i^k + f_{i+1}^k}{2} \right).$$

$$a_1 Q_i^{k+1} + a_2 Z_i^{k+1} + a_3 Q_{i+1}^{k+1} + a_4 Z_{i+1}^{k+1} = \underbrace{d_1 Q_i^k + d_2 Z_i^k + d_3 Q_{i+1}^k + d_4 Z_{i+1}^k}_{a_5}$$

$$b_1 Q_i^{k+1} + b_2 Z_i^{k+1} + b_3 Q_{i+1}^{k+1} + b_4 Z_{i+1}^{k+1} = \underbrace{e_1 Q_i^k + e_2 Z_i^k + e_3 Q_{i+1}^k + e_4 Z_{i+1}^k}_{b_5}.$$

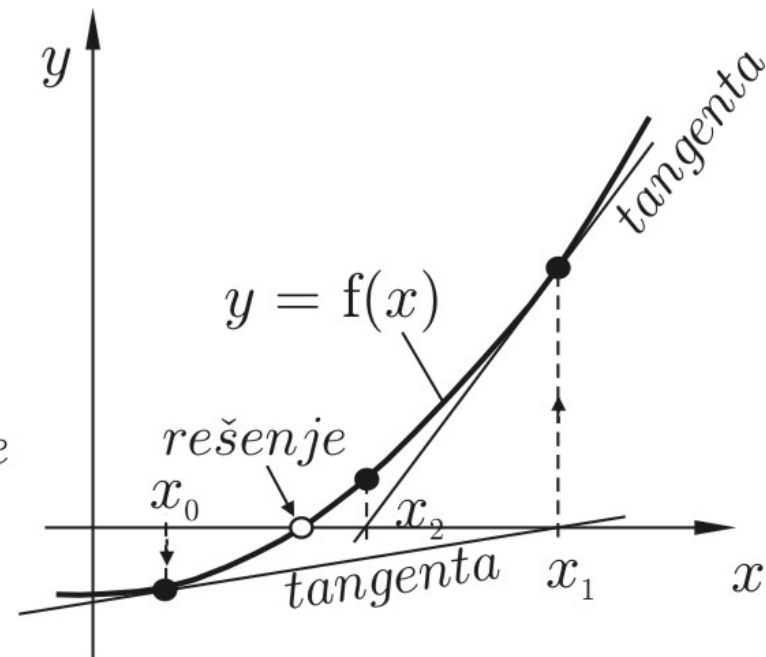
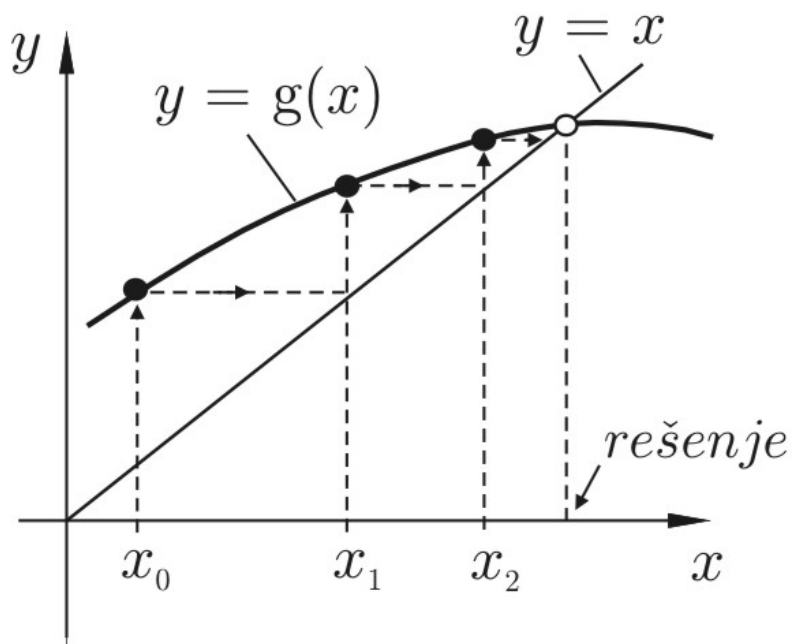
$$g_1 \cdot Q_i^{k+1} + g_2 \cdot Z_i^{k+1} = g_3$$

Пример (4 профила):

$$\begin{bmatrix} g_1 & g_2 & & & & \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & & \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & & \\ & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \\ & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \\ & & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ & & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ & & & g_1 & g_2 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Z_1 \\ Q_2 \\ Z_2 \\ Q_3 \\ Z_3 \\ Q_4 \\ Z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_3 \\ a_5 \\ b_5 \\ a_5 \\ b_5 \\ a_5 \\ b_5 \\ g_3 \end{bmatrix}$$

Нумерички поступци решавања система нелинеарних алгебарских једначина

линеаризација, метода “двоструког пролаза”, метода Newton-Raphson



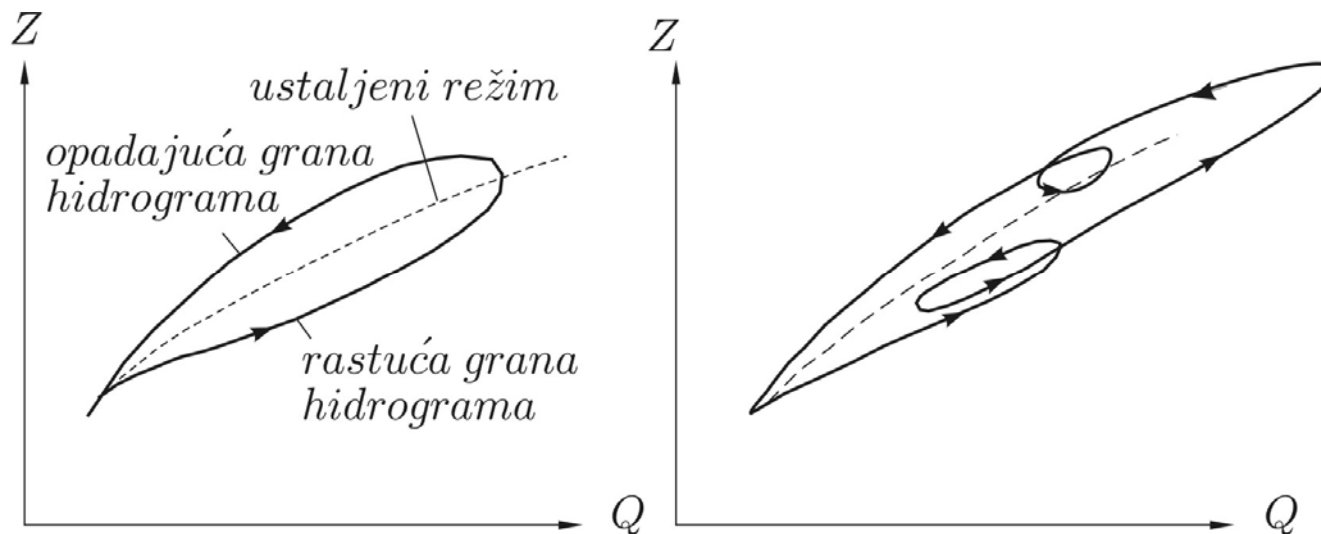
Почетни услови: задате вредности Q , Z у свим профилима

Гранични услови: спољашњи / унутрашњи

Спољашњи гранични услови (миран режим):

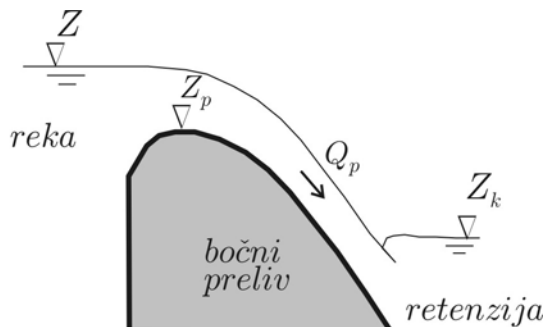
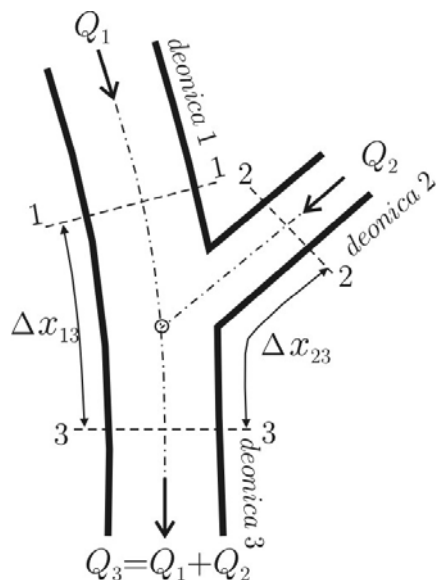
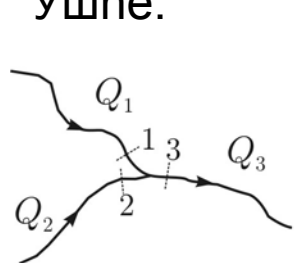
- узводна граница: $Q(t)$ или $Z(t)$
- низводна граница: $Q(t)$ или $Z(t)$ или $Z(Q)$

Апроксимација криве протока



Унутрашњи гранични услови “услови компатибилности”

Ушће:



Бочни прелив:

- nepotopljeno prelivanje:

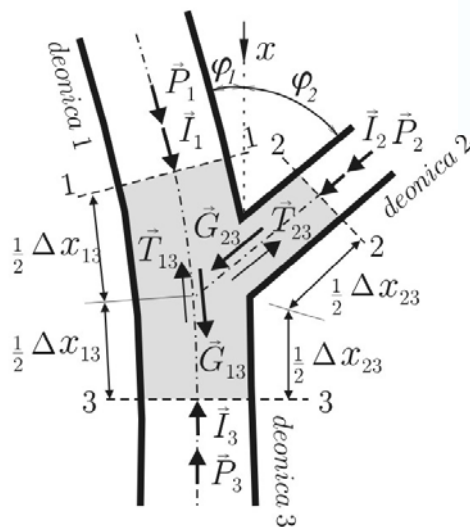
$$Q_p = C_{Q1} \cdot L_p \sqrt{2g} (Z - Z_p)^{3/2}$$

$$Z_k - Z_p \leq \frac{2}{3} (Z - Z_p)$$

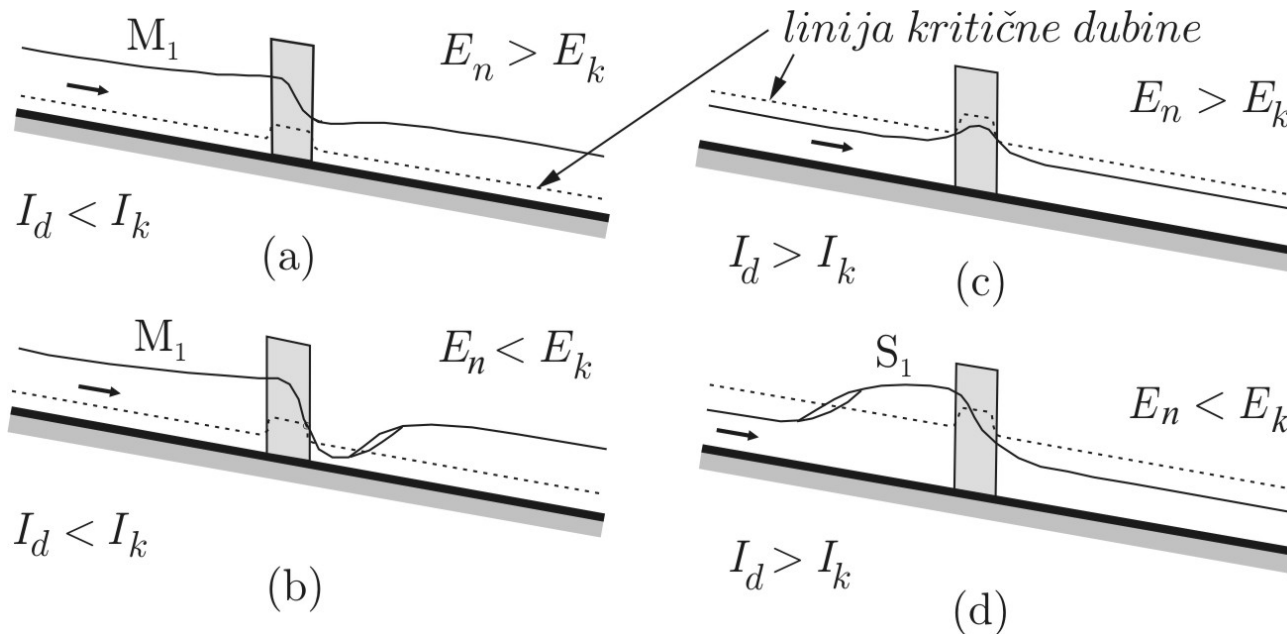
- potopljeno prelivanje:

$$Q_p = C_{Q2} \cdot L_p \sqrt{2g} (Z_k - Z_p) (Z - Z_k)^{1/2}$$

$$Z_k - Z_p > \frac{2}{3} (Z - Z_p) .$$



Мостови



Одбрана од поплава

Имплементација HEC-RAS

Unsteady Flow Data - Qmax500/36h

File Options Help

Boundary Conditions Initial Conditions Apply Data

Initial Flow Distribution Method

☐ Use a Restart File Filename:

☒ Enter Initial flow distribution

Locations of Flow Data Changes

River: Velika Morava Add Multiple...

Reach: Cuprija River Sta.: 180.395 Add A Flow Change Location

River	Reach	RS	Initial Flow
1 Velika Morava	Cuprija	180.395	100

Unsteady Flow Data

File Options Help

Boundary Conditions Initial Conditions Apply Data

Select Location for Boundary Condition

River: Velika Morava

Reach: Cuprija River Sta.: 180.395 Add a Boundary Condition Location

Boundary Condition Types

Stage Hydrograph Flow Hydrograph Stage/Flow Hydr. Rating Curve

Normal Depth Lateral Inflow Hydr. Uniform Lateral Inflow Groundwater Interflow

T.S. Gate Openings Elev Controlled Gates Navigation Dams IB Stage/Flow

Rules

River	Reach	RS	Boundary Condition Type
1 Velika Morava	Cuprija	180.395	
2 Velika Morava	Cuprija	177.75	

Flow Hydrograph

River: Velika Morava Reach: Cuprija RS: 180.395

☐ Read from DSS before simulation Select DSS file and Path

File:

Path:

☒ Enter Table Data time interval: 1 Hour

Select/Enter the Data's Starting Time Reference

☒ Use Simulation Time: Date: Time:

☐ Fixed Start Time: Date: Time:

No. Ordinates Interpolate Missing Values Del Row Ins Row

Date	Simulation Time (hours)	Flow (m3/s)
1	00:00	
2	01:00	
3	02:00	
4	03:00	
5	04:00	
6	05:00	
7	06:00	

Time Step Adjustment Options ("Critical" boundary conditions)

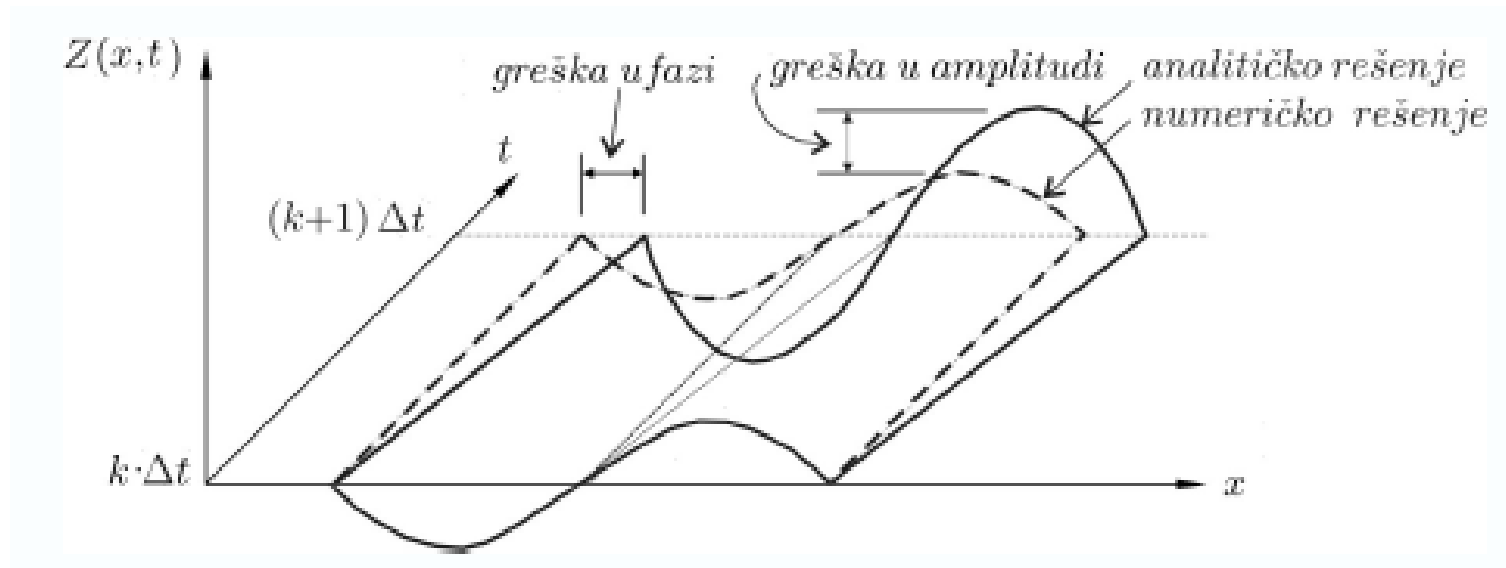
☐ Monitor this hydrograph for adjustments to computational time step

Max Change in Flow (without changing time step):

Min Flow: Multiplier:

Plot Data OK Cancel

“Патологија” нумеричког моделирања таласа

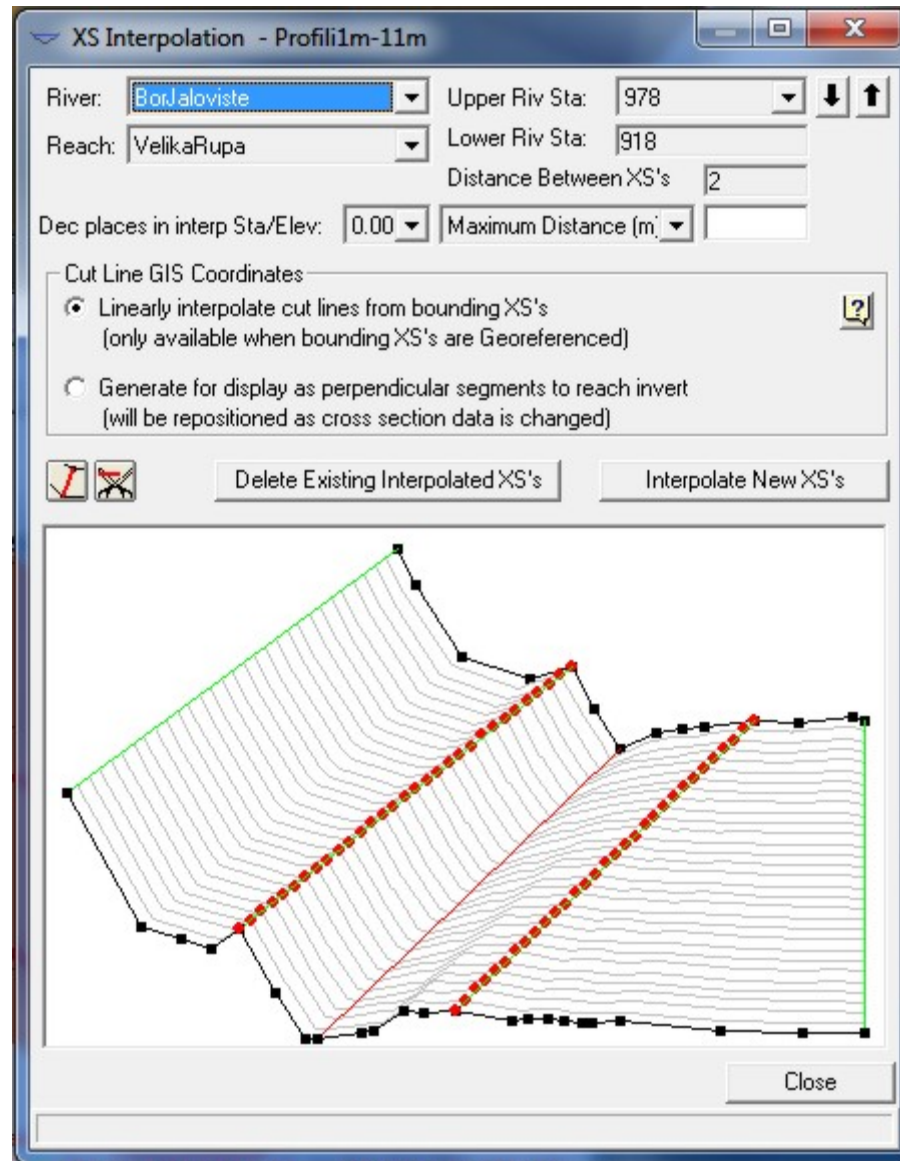


$$C_r = \frac{(V \pm c)_{\max}}{\Delta x / \Delta t} < 1,$$

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{(V \pm c)_{\max}}$$

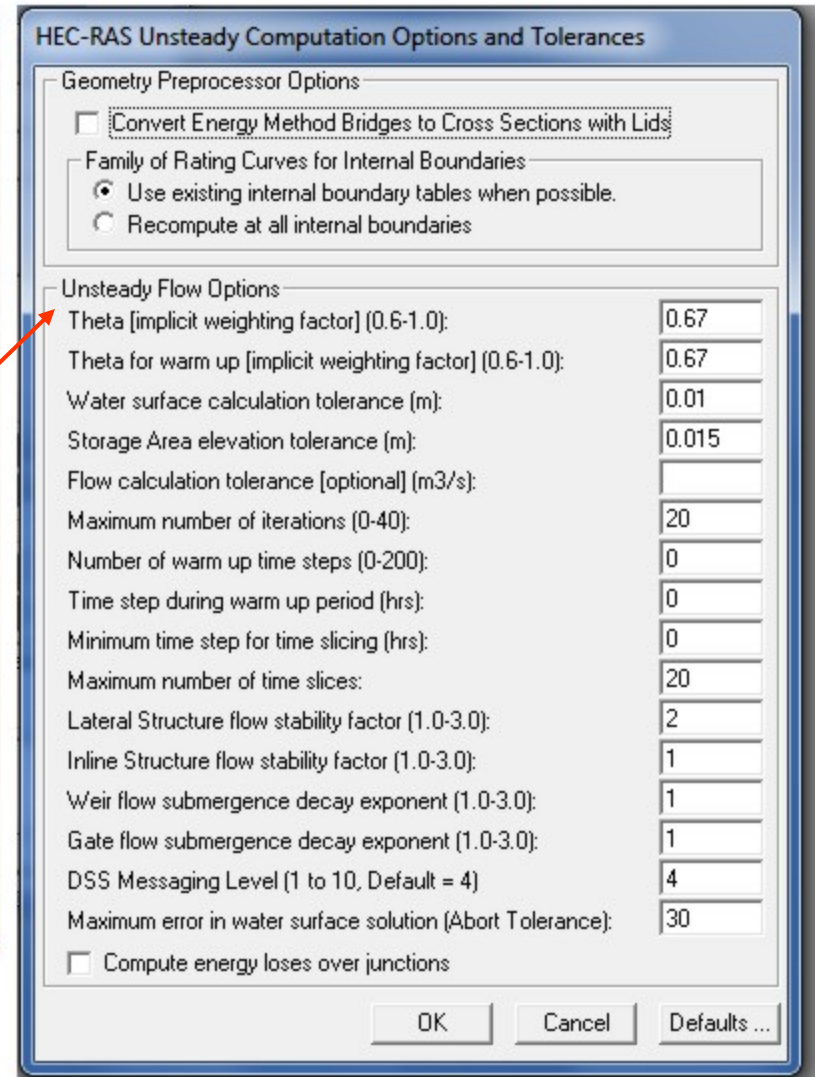
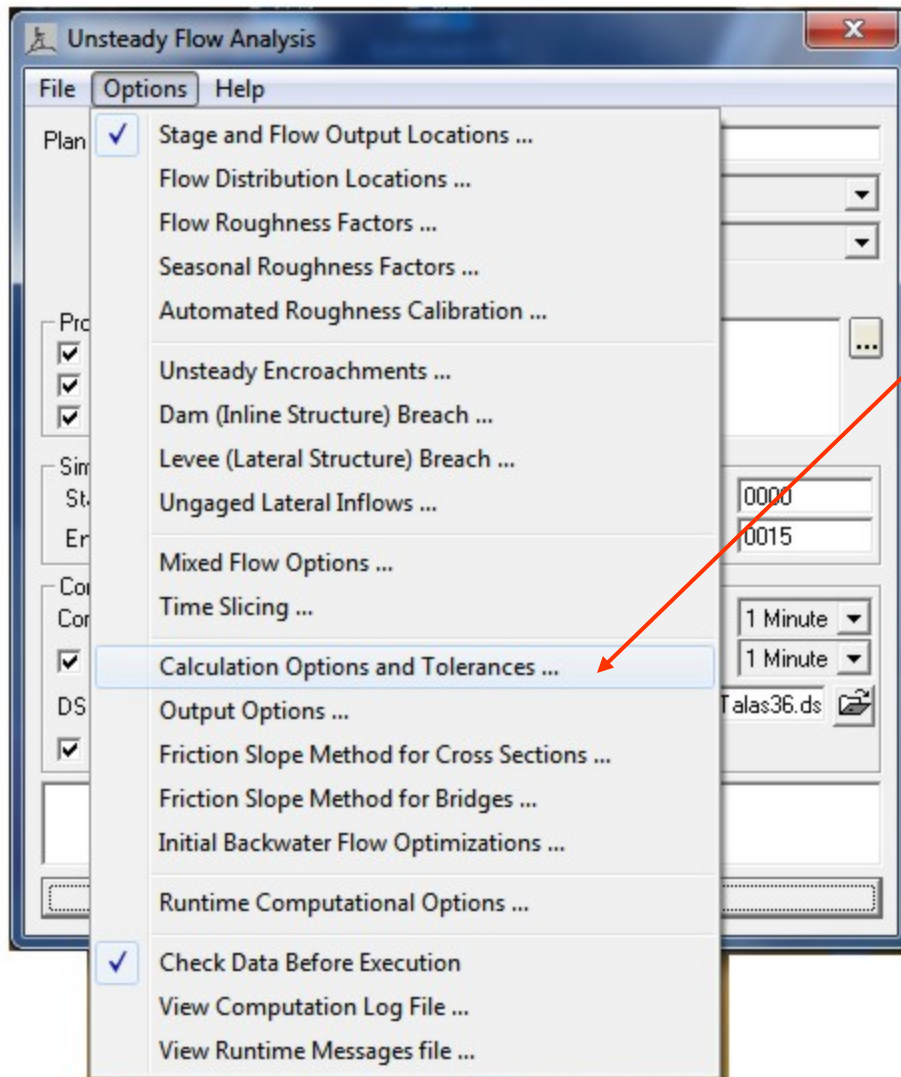
Одбрана од поплава

интерполација
попречних профила



Одбрана од поплава

Оптимизација рачунских параметара



Одбрана од поплава

организација
кода

Unsteady Flow Analysis

File Options Help

Plan : Short ID

Geometry File : Existing conditions - Q1%=m3/s

Unsteady Flow File : Qmax500/36h

Plan Description :

Programs to Run

- ☐ Geometry Preprocessor
- ☐ Unsteady Flow Simulation
- ☐ Post Processor

Simulation Time Window

Starting Date: Ending Date:

Starting Time: Ending Time:

Computation Settings

Computation Interval: 1 Hour Hydrograph Output Interval: 1 Hour

☐ Computation Level Output Detailed Output Interval: 1 Hour

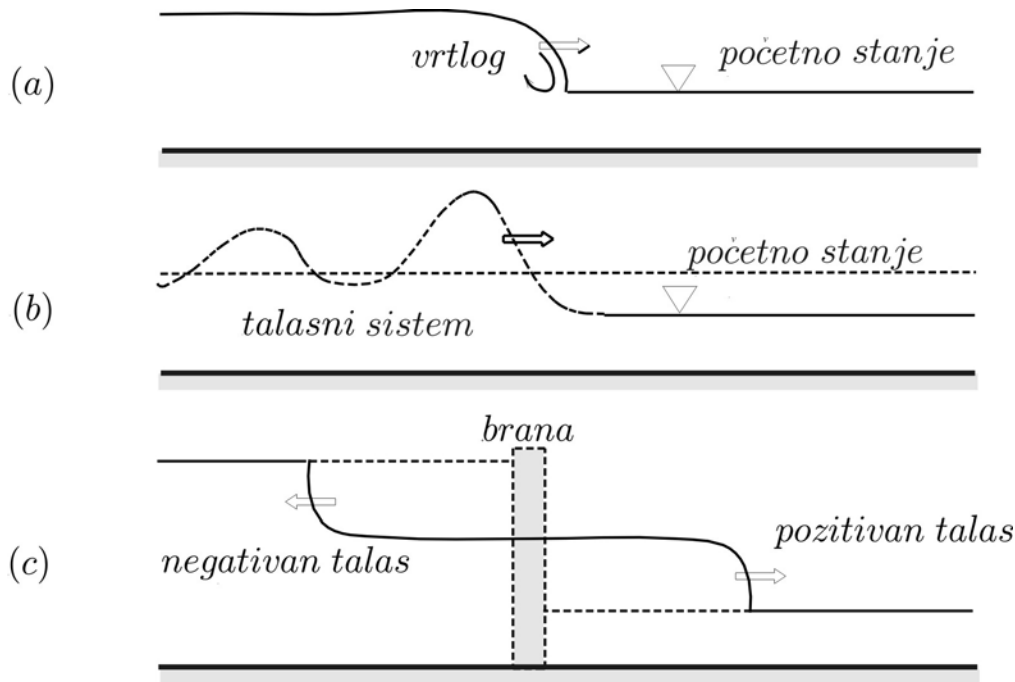
DSS Output Filename: f:\Educate\Morava.dss

☐ Mixed Flow Regime (see menu: "Options/Mixed Flow Options ...")

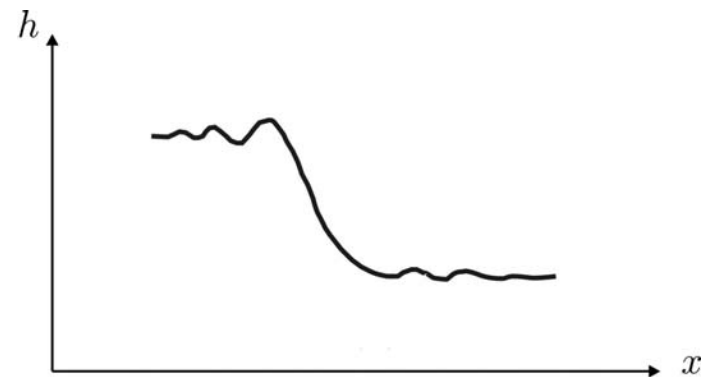
Compute

Таласи са стрмим челом

- нагле бујичне поплаве (“flash floods”)
- таласи изазвани проломом насипа, брана, ...

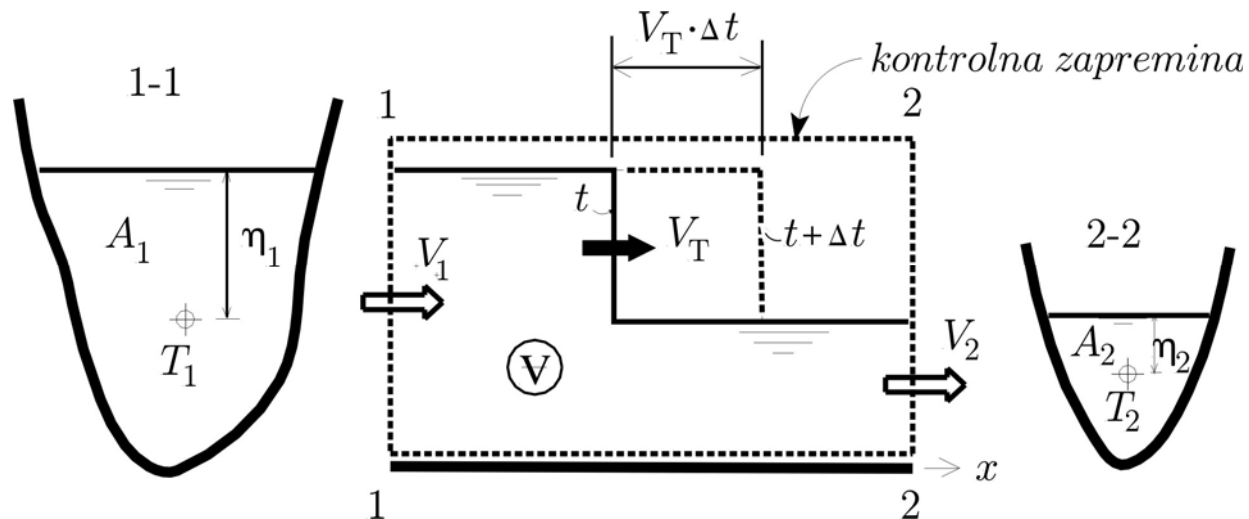


Проблем нумеричког решења

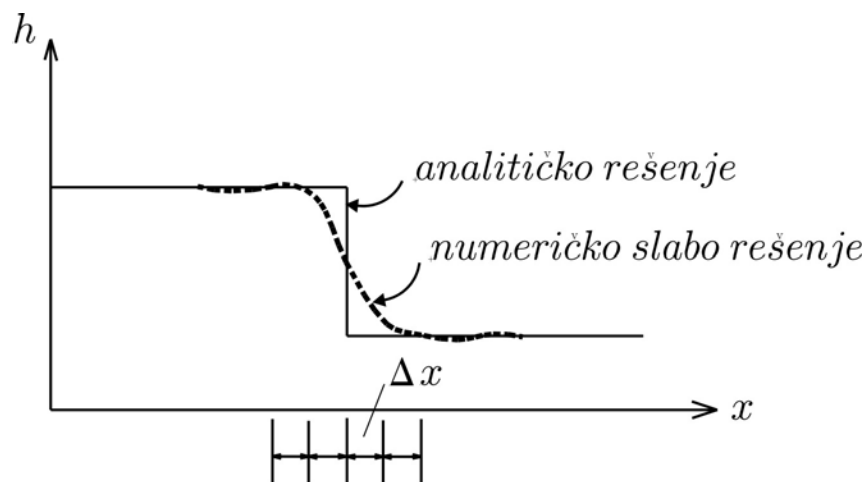


Два приступа

1. Допунске једначине
за стрмо чело

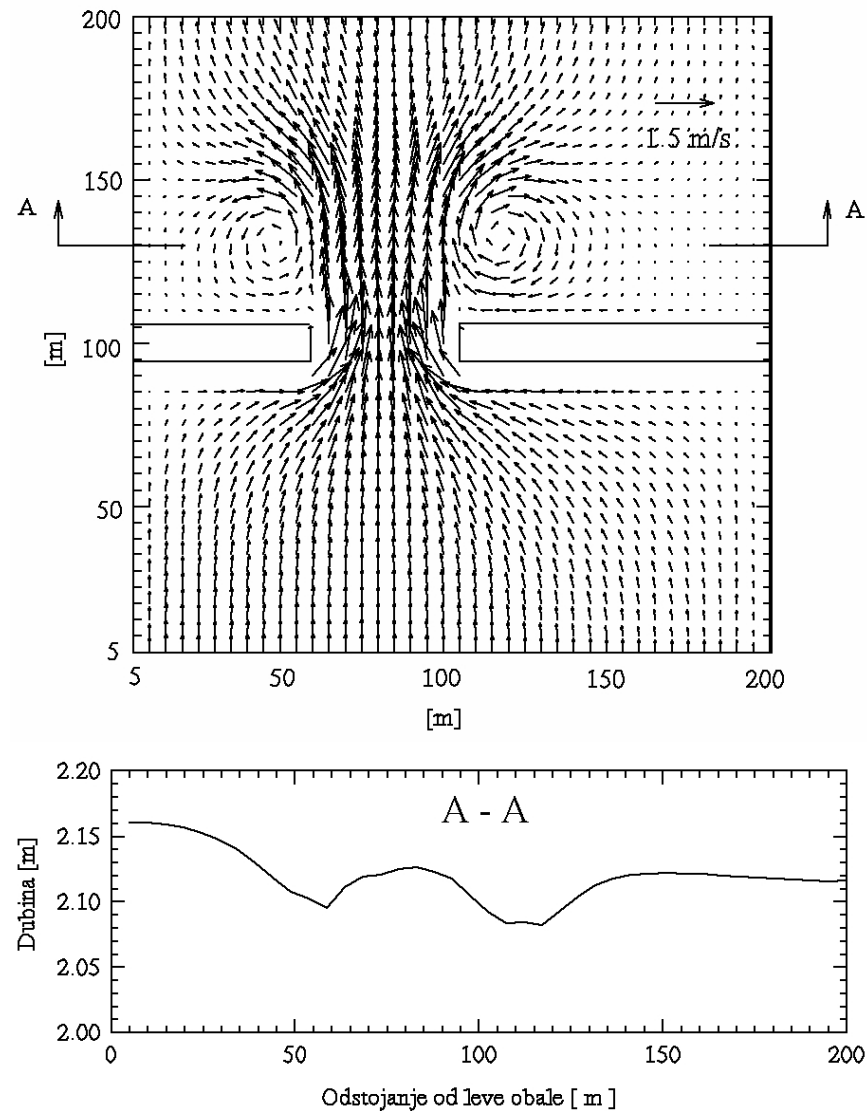


2. Схеме које дају
тзв. “слаба решења”



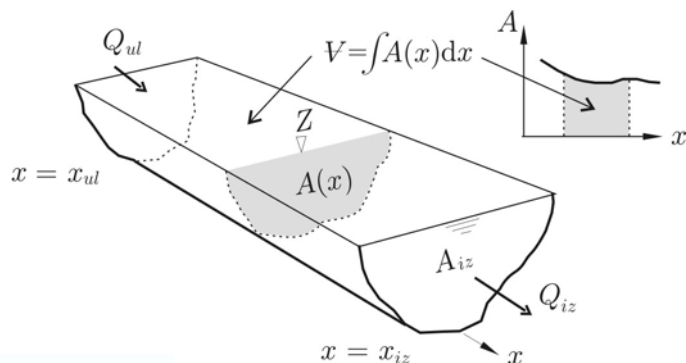
Одбрана од поплава

Пример
“слабог решења”



Упрошћене (“инжењерске”) методе

Пример: Метода квази-устаљеног течења

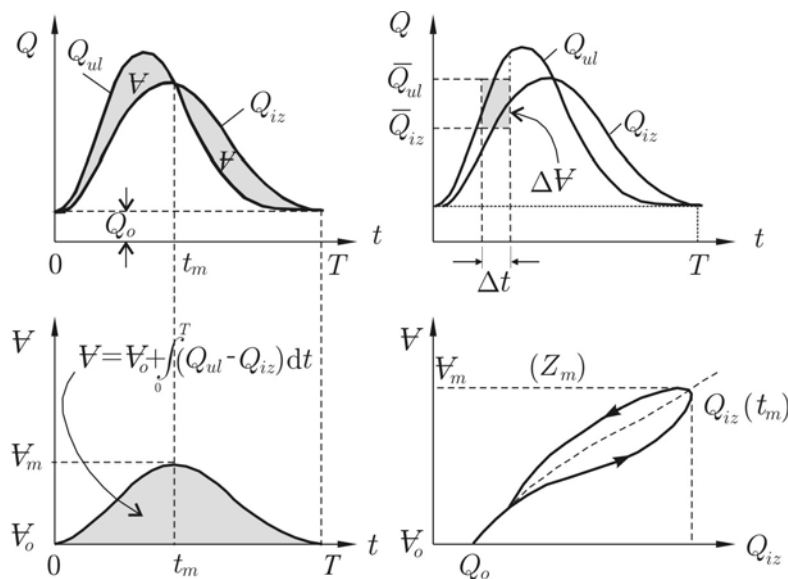


$$\frac{dV}{dt} = Q_{ul} - Q_{iz}.$$

$$V(t=0) = V_o.$$

$$\frac{V^{k+1} - V^k}{\Delta t} = \frac{1}{2} (Q_{ul}^{k+1} + Q_{ul}^k) - \frac{1}{2} (Q_{iz}^{k+1} + Q_{iz}^k)$$

$$\underbrace{\frac{V^{k+1}}{\Delta t} + \frac{Q_{iz}^{k+1}}{2}}_{\text{funkcija } F} = \underbrace{\frac{Q_{ul}^k + Q_{ul}^{k+1}}{2}}_{\bar{Q}_{ul}} - \frac{Q_{iz}^k}{2} + \frac{V^k}{\Delta t}.$$

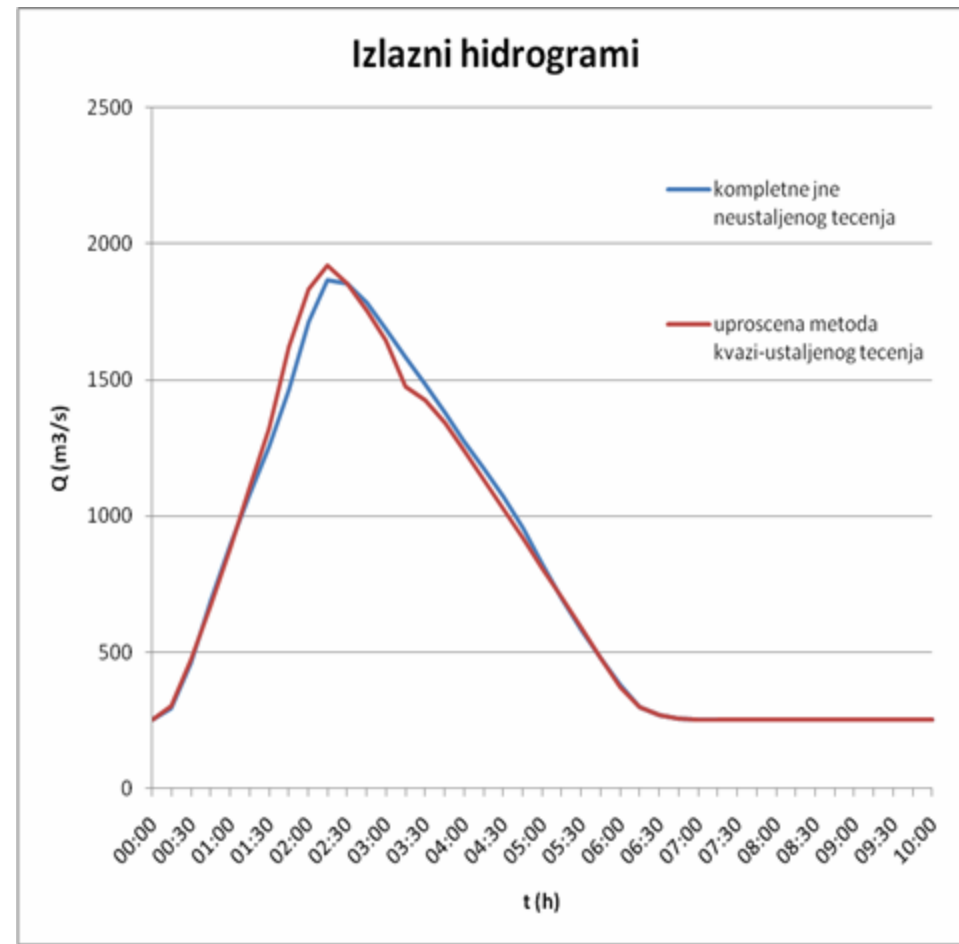


Одбрана од поплава

Метода квази-устаљеног течења



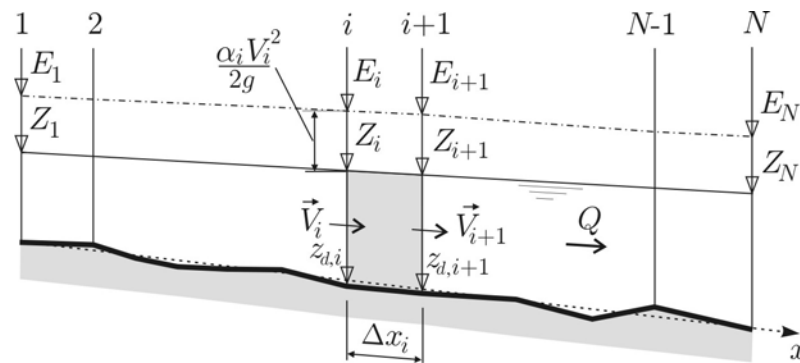
Поређење резултата



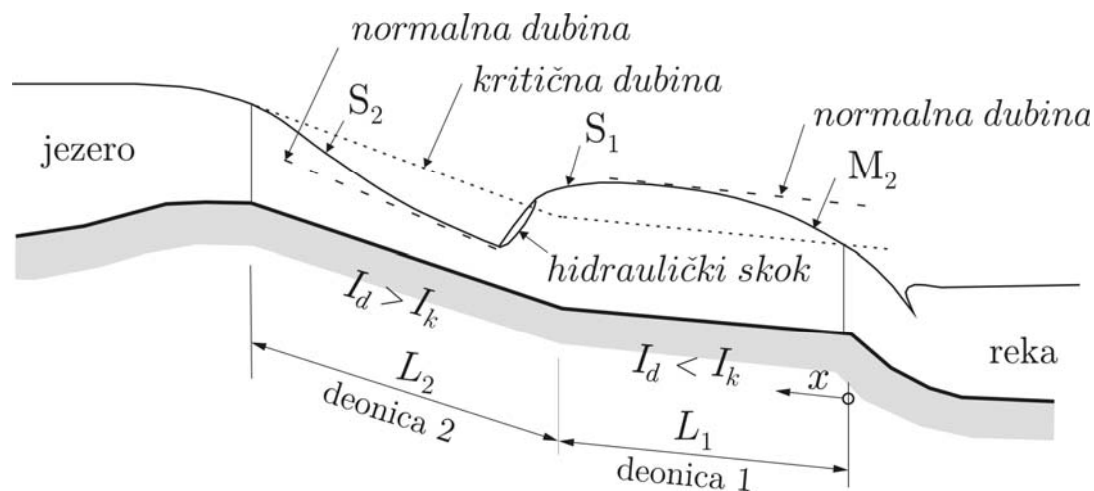
Прорачун **устаљеног** течења за одређивање плавних зона

$$\alpha = \frac{\sum_j V_j^3 A_j}{V^3 A} = \frac{\sum_j K_j^3 / A_j^2}{K^3 / A^2}$$

где је $V = Q/A$, $A = \sum_j A_j$ и $K = \sum_j K_j$.



Мешовити режим
(HEC-RAS “mixed flow regime”)

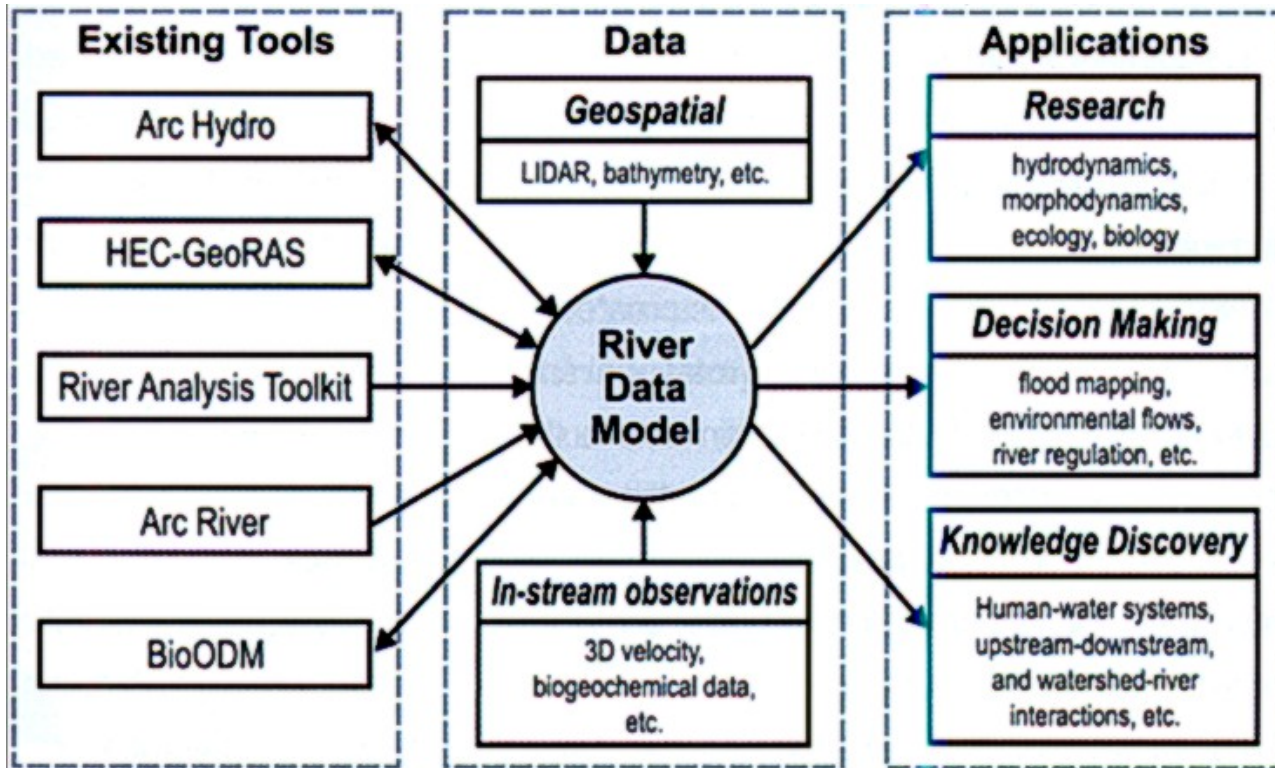


Калибрација модела линијског течења:

Одређивање вредности **Манинговог коефицијента отпора деонице** на основу снимљених линија нивоа, или трагова великих вода

$$n = \frac{1}{Q} \left\{ \frac{E_1 - E_N}{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \left[\frac{1}{(AR^{2/3})_i^2} + \frac{1}{(AR^{2/3})_{i+1}^2} \right] \Delta x_i} \right\}^{1/2}$$

Савремене тенденције: интегрисани алати



Тачност нумеричких симулација пресудно зависи од квалитета топографских подлога !!!

LIDAR (LIght Detection And Ranging)

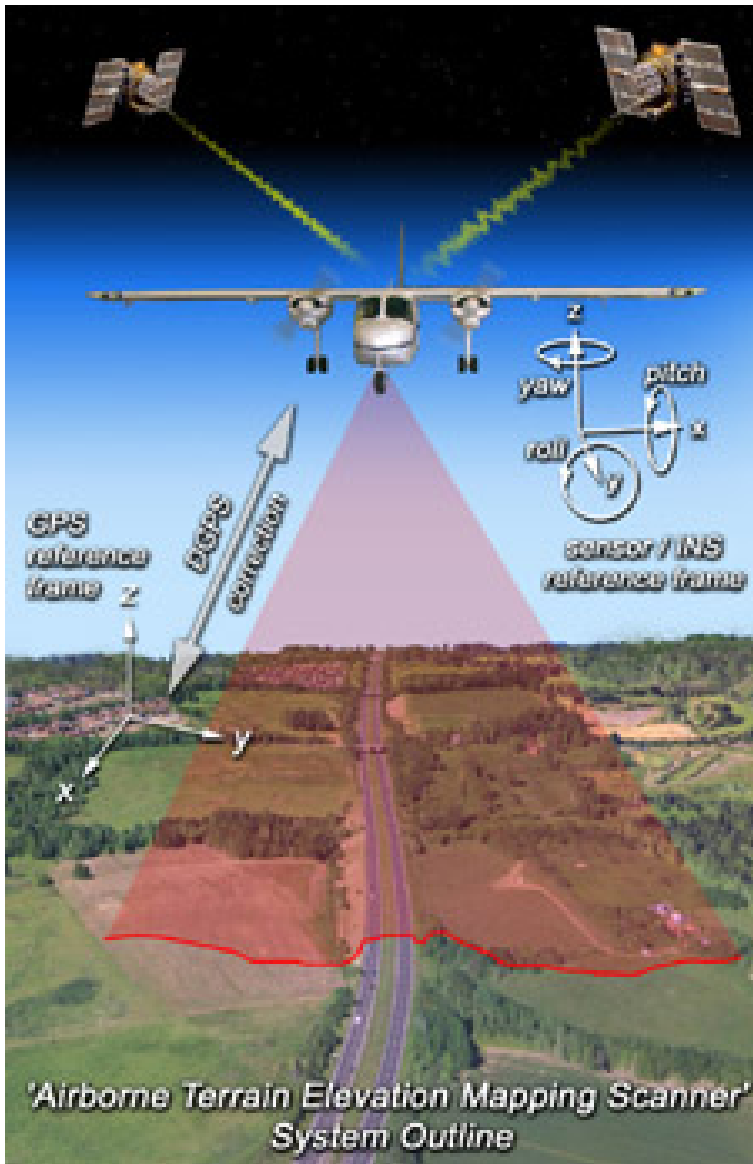
Технологија ласерског скенирања терена са земље или из ваздуха

Принцип рада:

- уређај емитује ласерски зрак
- исти уређај прима са терена одбијени зрак
- дужина пређеног пута ласерског зрака одређује се мерењем времена, јер је брзина ласерског зрака константна

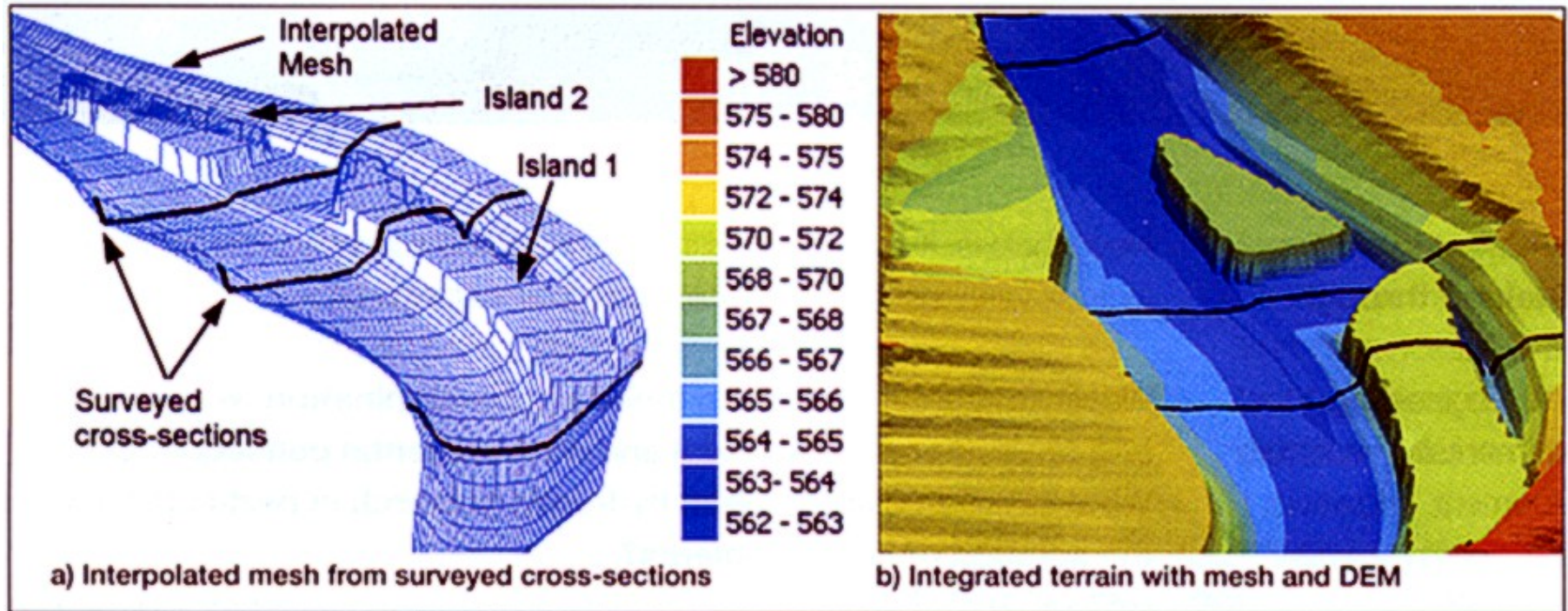
Вертикална тачност: 0.01-0.15 m

Тачност у хоризонталној равни: до 0.5 m



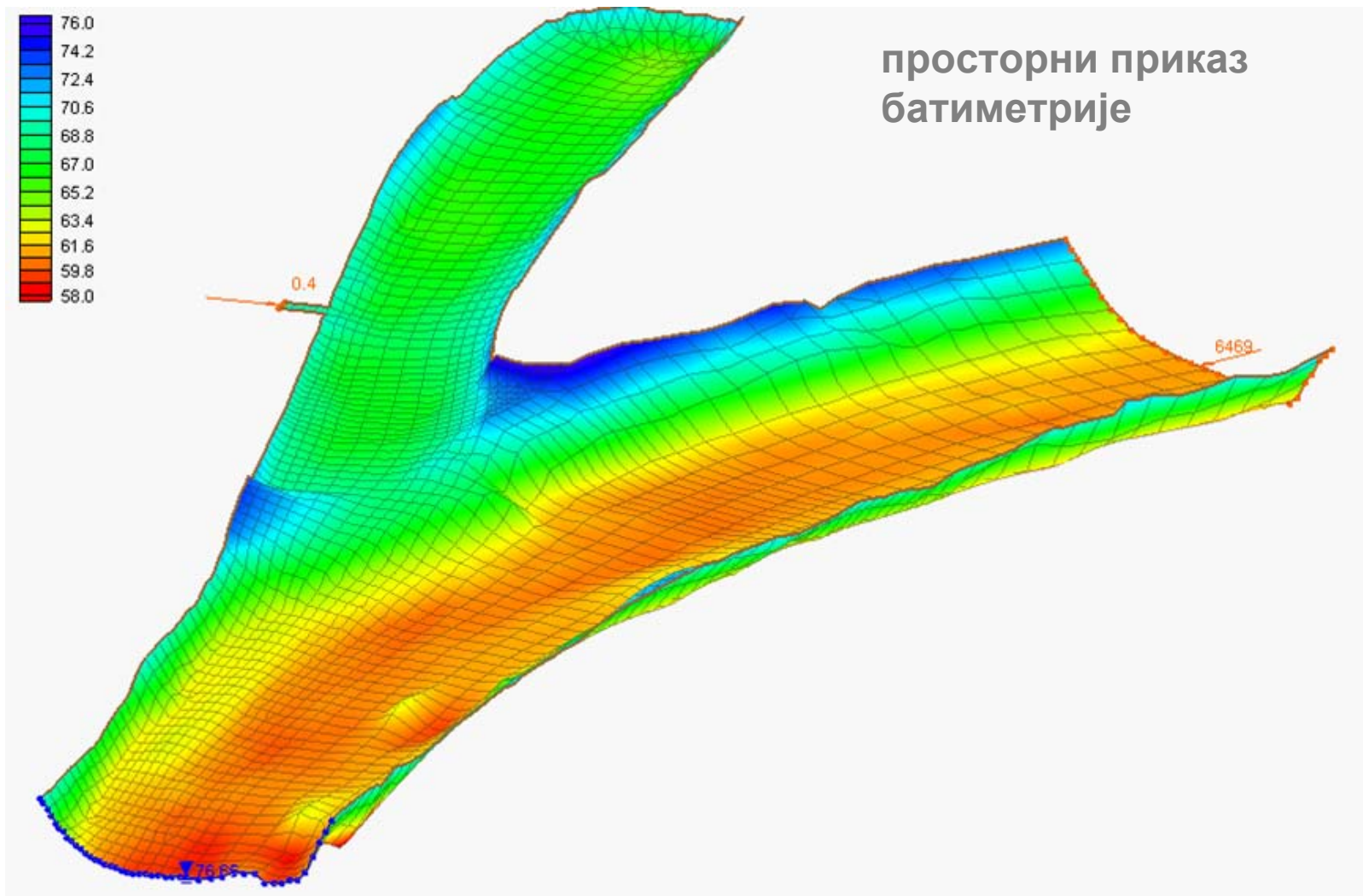
Одбрана од поплава

Уклапање снимљених попречних профила са ДМТ



Одбрана од поплава

кота дна [mm]



II

**Методе прорачуна
простирања поплавних таласа**

Вишедимензиони модели

Једначине просторног (3D) струјања

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{2}{3} \left[v_r \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) - k \right] \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[v_r \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[v_r \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(vu)}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{2}{3} \left[v_r \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) - k \right] \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[v_r \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[v_r \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(wu)}{\partial x} + \frac{\partial(wv)}{\partial y} + \frac{\partial w^2}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{2}{3} \left[v_r \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) - k \right] \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[v_r \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v_r \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \end{aligned}$$

(3 компоненте брзне у тачки)

Модел турбуленције (2 допунске транспортне једначине)

$$\nu_T = c_\infty \frac{k}{\varepsilon^2}$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} + w \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + P_k - \varepsilon$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + w \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k + C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

где је P_k производња (продукција) кинетичке енергије турбуленције:

$$P_k = \nu_T \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial u}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial u}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \\ + \nu_T \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial v}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right],$$

а $c_\infty = 0.09$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$ и $\sigma_\varepsilon = 1.3$ – емпиријске константе.

Једначине раванског (2D) струјања

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} = 0$$

$$h \frac{\partial u}{\partial t} + h u \frac{\partial u}{\partial x} + h v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{h}{\rho} \left[E_{xx} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + E_{xy} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] +$$

$$+ g h \left[\frac{\partial z_D}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{g n^2 u}{h^{1/3}} (u^2 + v^2)^{1/2} = 0$$

$$h \frac{\partial v}{\partial t} + h u \frac{\partial v}{\partial x} + h v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{h}{\rho} \left[E_{yx} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + E_{yy} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] +$$

$$+ g h \left[\frac{\partial z_D}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial y} \right] + \frac{g n^2 v}{h^{1/3}} (u^2 + v^2)^{1/2} = 0,$$

(2, по дубини осредњене, компоненте брзине)

Одбрана од поплава



Одбрана од поплава



Одбрана од поплава



Пролом насипа – један од узрока
раванског течења

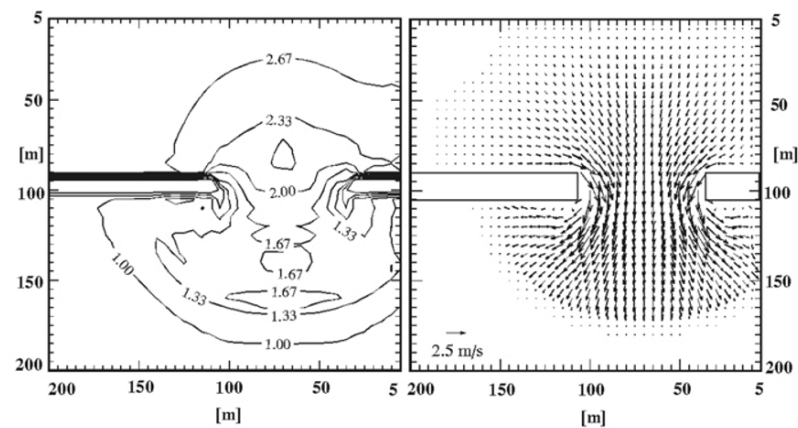
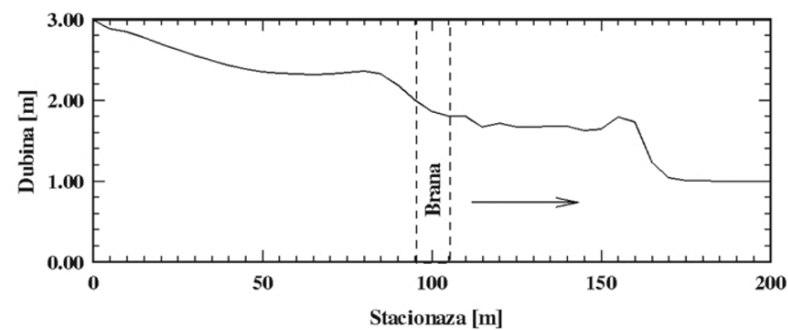
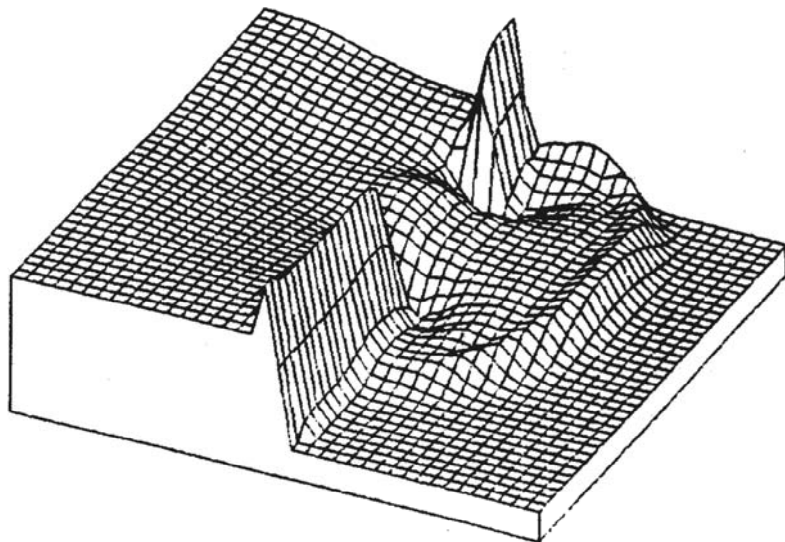
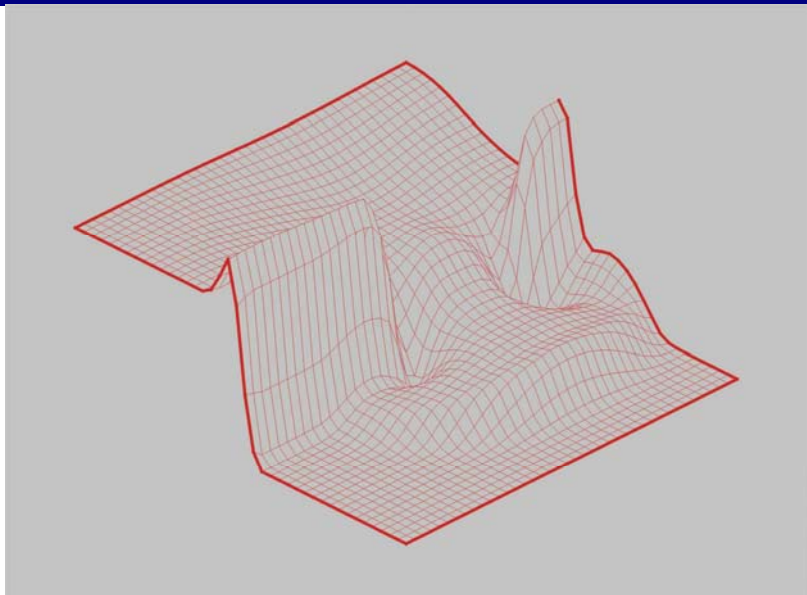


Санација бреше у телу насипа

video >>

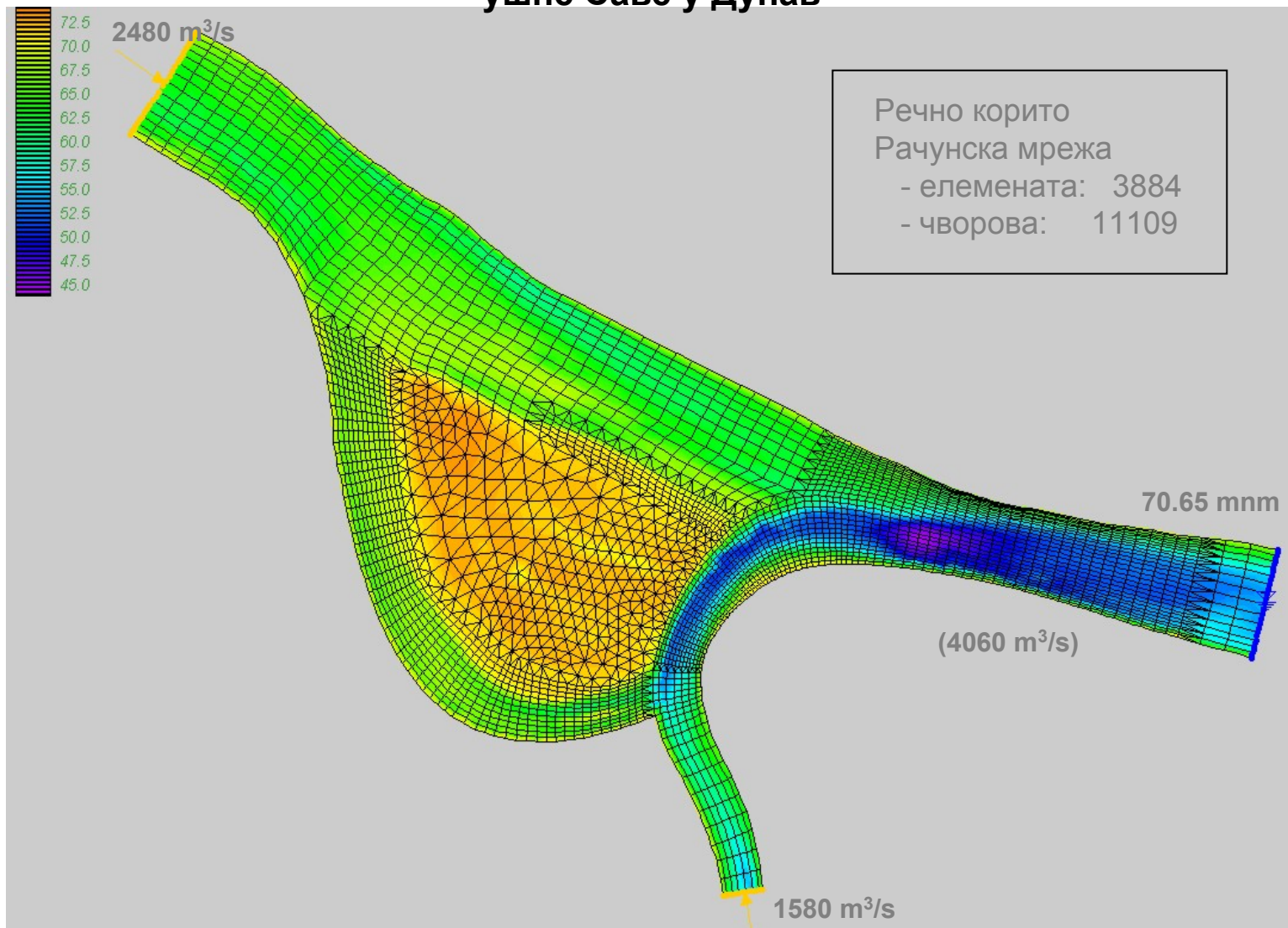
Одбрана од поплава

Нумеричка симулација рушења насипа

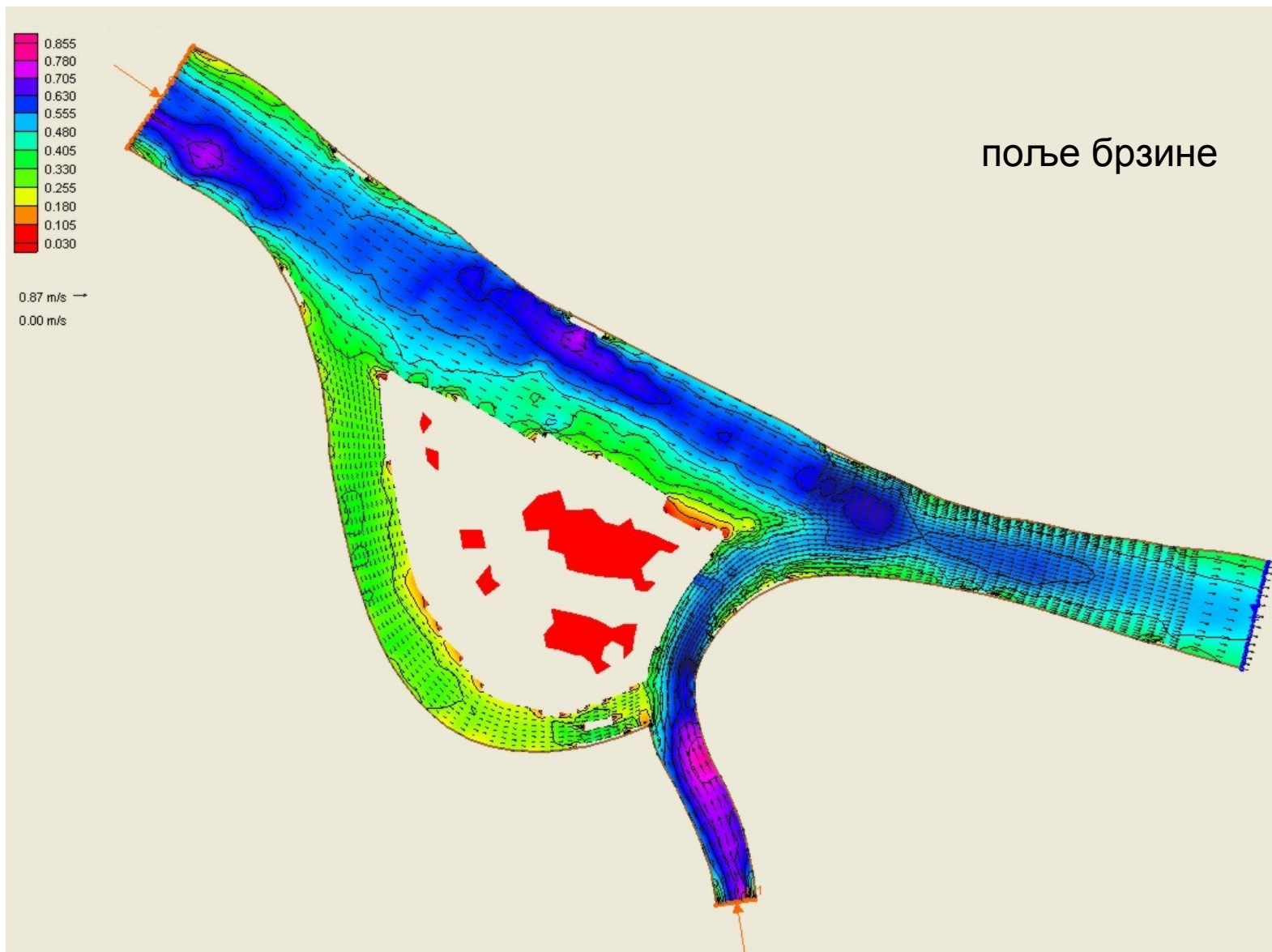


Одбрана од поплава

Пример примене раванског модела у прорачуну великих вода:
ушће Саве у Дунав

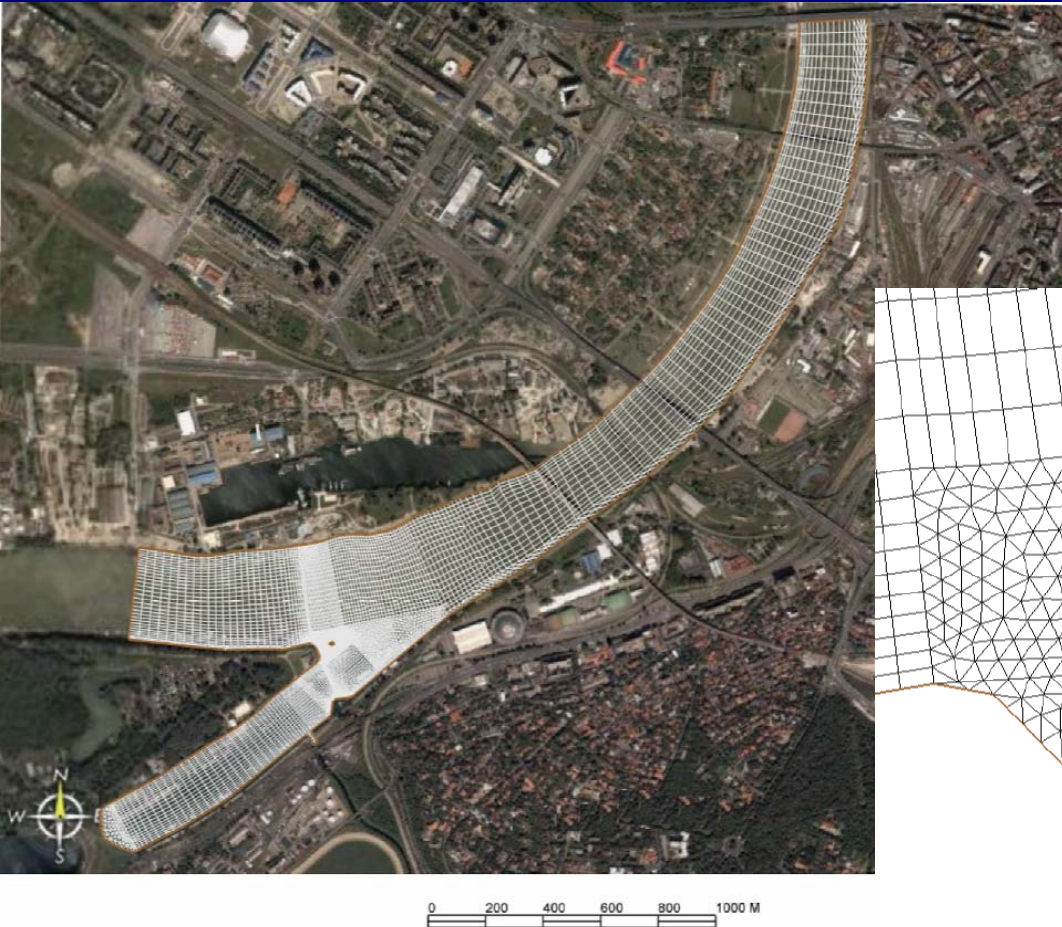


Одбрана од поплава

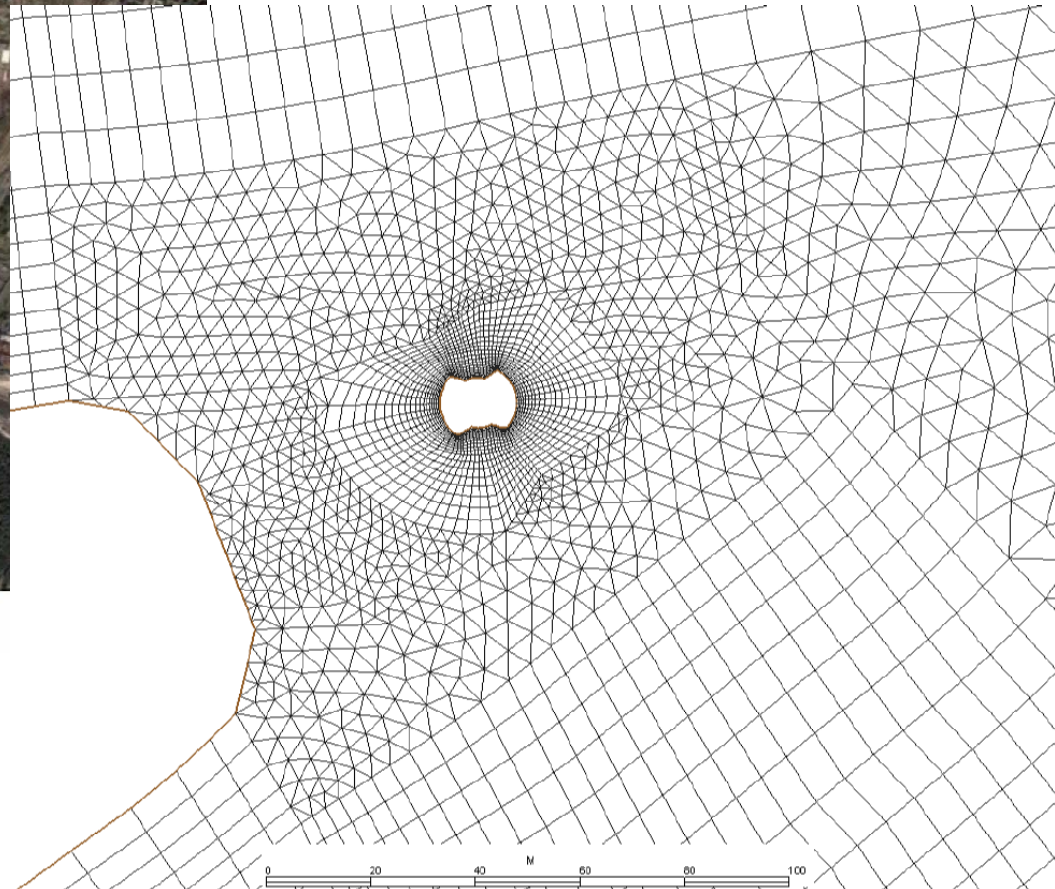


Одбрана од поплава

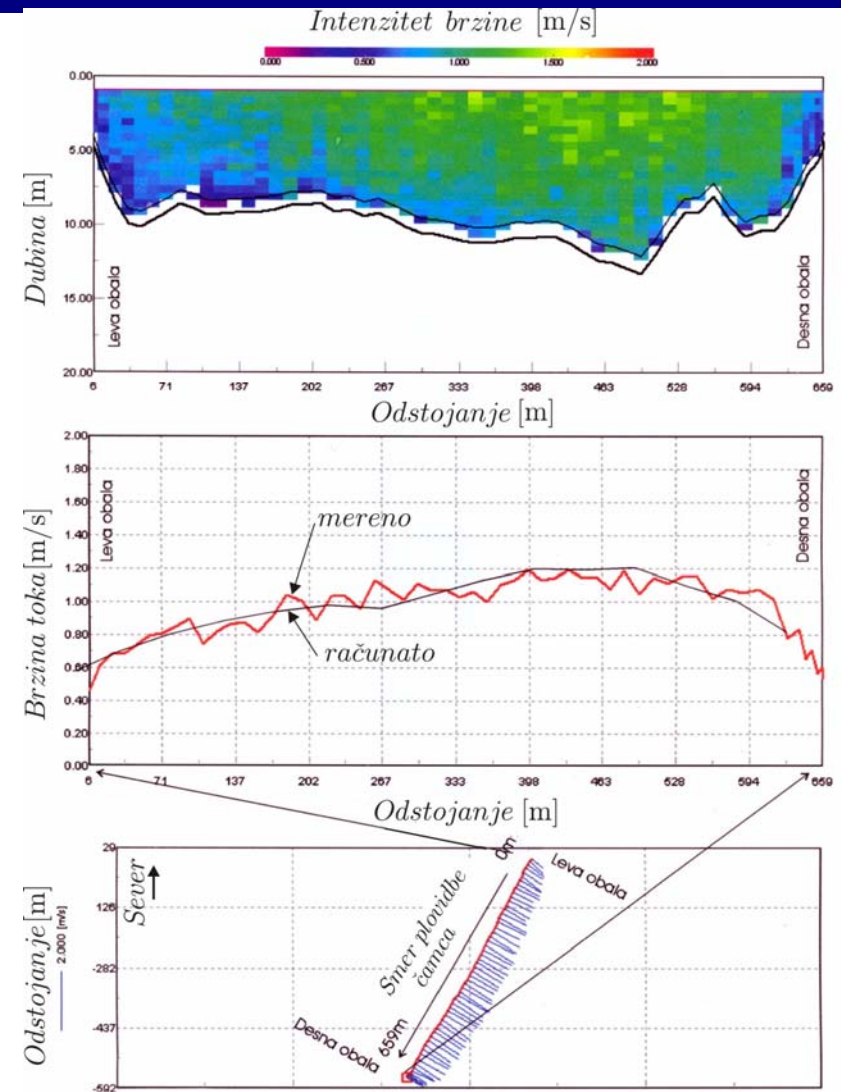
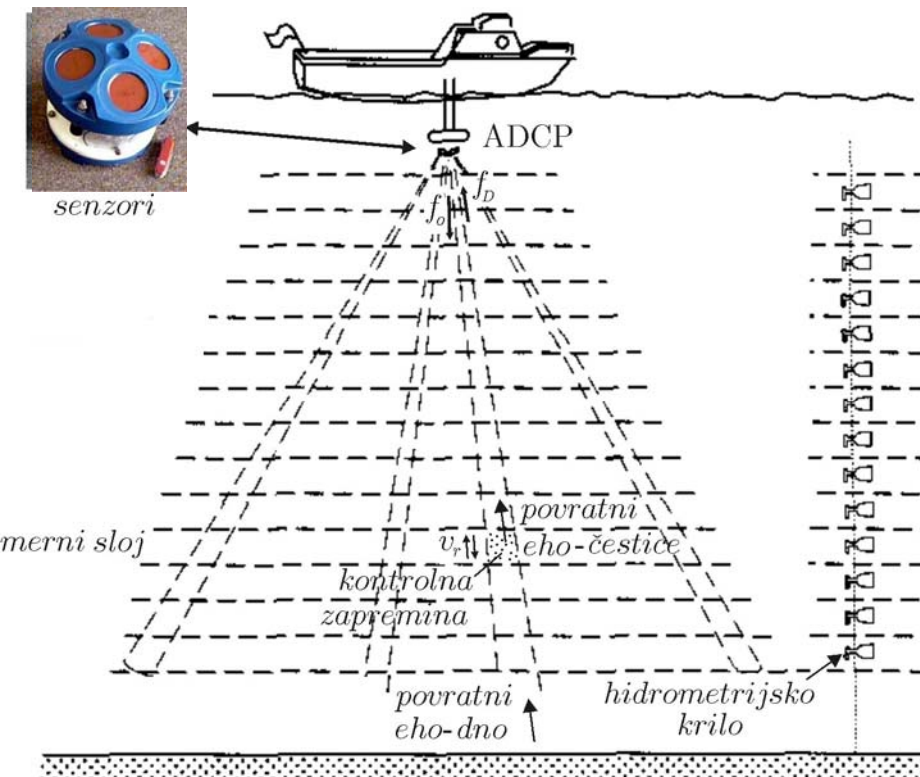
**Пример примене раванског модела
у прорачуну великих вода:
струјање око пилона моста на Ади
(поплава из априла 2006.)**



[video >>](#)



Калибрација раванског модела



Одбрана од поплава

Измерено
поље брзине
(ADCP)

