



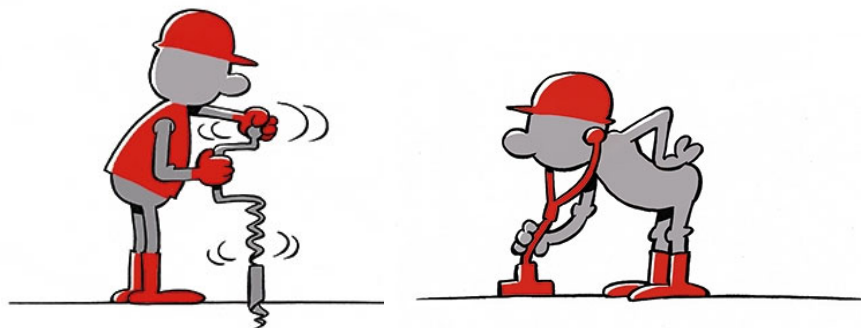
Univerzitet u Beogradu – Građevinski
fakultet www.grf.bg.ac.rs

Studijski program:	GRAĐEVINARSTVO
Modul:	Zajedničke osnove
Godina/Semestar:	2. godina / 3. semestar
Naziv predmeta (šifra):	MEHANIKA TLA (B3O2MT)
Asistent:	Milena Raković
Naslov vežbi:	ČVRSTOĆA TLA
Datum:	8-12.4.2024.

Beograd, 2024.

Sva autorska prava autora prezentacije i/ili video snimaka su zaštićena. Snimak ili prezentacija se mogu koristiti samo za nastavu na daljinu studenta Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu u školskoj 2023/2024. i ne mogu se koristiti za druge svrhe bez pismene saglasnosti autora materijala.

ČVRSTOĆA TLA



SMIČUĆA ČVRSTOĆA TLA

▪ Klizišta

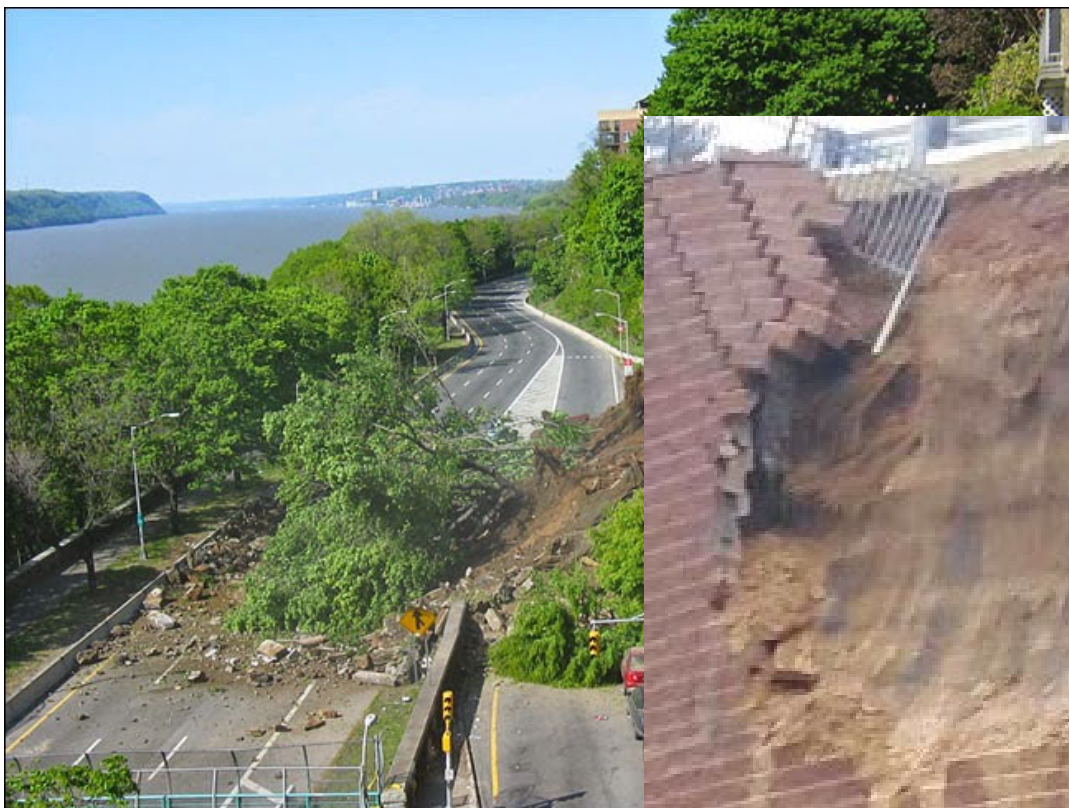
- Ako je dostignuta smičuća čvrstoća tla, pojavljuje se klizna površ. Deo mase tla se pomera (klizi) po kliznoj površi



Smičuća čvrstoća predstavlja najveći smičući napon koji se može naneti strukturi tla u određenom pravcu do loma ili do pojave velikih deformacija



SMIČUĆA ČVRSTOĆA TLA



- Rušenje potporne konstrukcije



SMIČUĆA ČVRSTOĆA TLA



- Gubitak nosivosti tla



SMIČUĆA ČVRSTOĆA TLA

- CILJ – odrediti smičuću čvrstoću tla!?! 



- Pre toga potrebno je opisati smičuću čvrstoću, tj. izraziti je koristeći parametre tla

- Jednačina kojom se opisuje smičuća čvrstoća naziva se ZAKON LOMA 



- Jedan od najviše korišćenih zakona loma je MOR-KULONOV zakon loma

SMIČUĆA ČVRSTOĆA TLA



MOR-KULONOV ZAKON LOMA:

Čvrsti materijali imaju koheziju, a na kontaktu dva materijala, pri relativnom smičućem pomeranju, se pojavljuje otpor trenja!!!

$$\tau_f = c' + \sigma'_n \tan \phi'$$

gde su:

τ_f smičući napon pri lomu – smičuća čvrstoća tla

c' kohezija za efektivne napone,

ϕ' ugao smičuće otpornosti (ugao trenja) za efektivne napone,

σ'_n efektivni normalni napon koji deluje na ravan smicanja tj. ravan loma.



- Indeks f odnosi se na lom (*failure*)

- NAPOMENA: Mor-Kulon-ov zakon loma se, zbog linearnosti i relativne jednostavnosti, široko upotrebljava u praksi, iako to nije ni jedini moguć, niti najbolji, opis odnosa napona pri lomu tla!!!



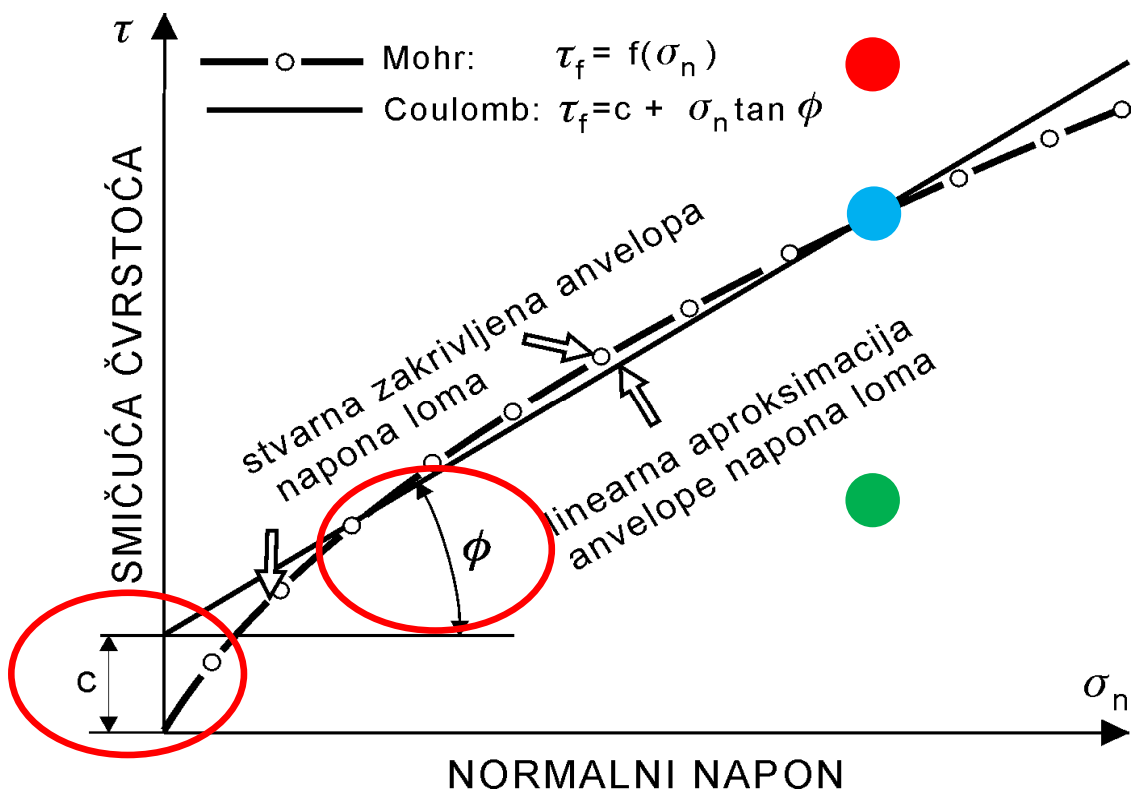
SMIČUĆA ČVRSTOĆA TLA

MOR-KULONOV ZAKON LOMA:

Jednačina prave:

$$\tau_f = c' + \sigma'_n \tan \phi'$$

ANVELOPA LOMA



PARAMETRI SMIČUĆE ČVRSTOĆE:

c' – KOHEZIJA (odsečak na τ osi)

ϕ' – UGAO SMIČUĆE ČVRSTOĆE (nagib anvelope loma)

- Nemoguće naponsko stanje
- Stanje loma
- Moguće naponsko stanje

SMIČUĆA ČVRSTOĆA TLA

- CILJ – odrediti parametre smičuće čvrstoće ϕ' i c' , da bi za bilo koji nivo normalnih efektivnih napona mogli da odredimo smičuću čvrstoću tla
- **UZORAK TLA SE U LABORATORIJSKIM USLOVIMA DOVODI U STANJE LOMA**
- **LABORATORIJSKI OPITI:**
 1. Opit direktnog smicanja
 2. Opit triaksijalne kompresije
 3. Opit jednoaksijalne kompresije
 4. Opit krilne sonde



Određujemo:

c koheziju [kPa]

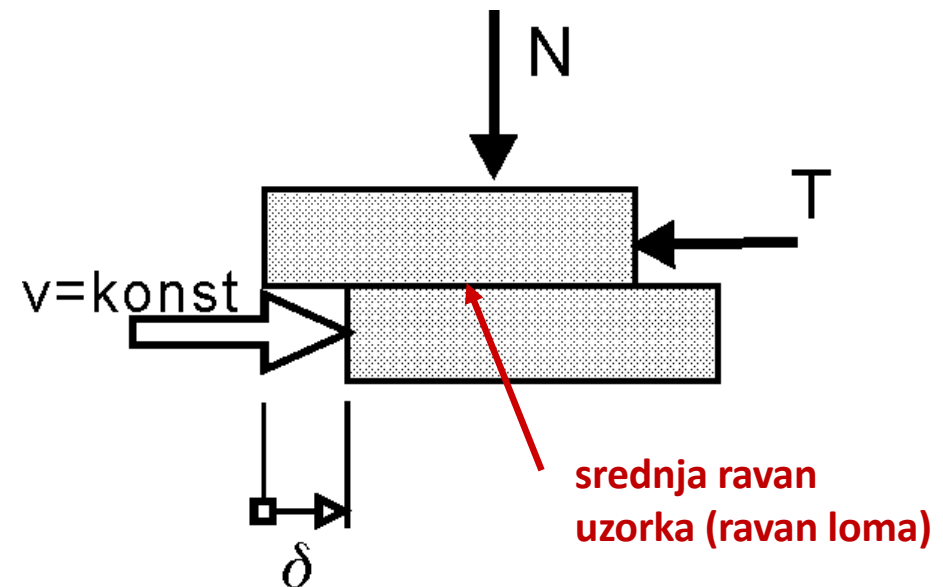
ϕ ugao smičuće čvrstoće (ugao trenja) [°]



OPIT DIREKTNOG SMICANJA

I faza: Nanosi se normalna sila N koja je konstantna za jedan uzorak tokom celog trajanja opita. Uzorak se konsoliduje pod vertikalnim opterećenjem.

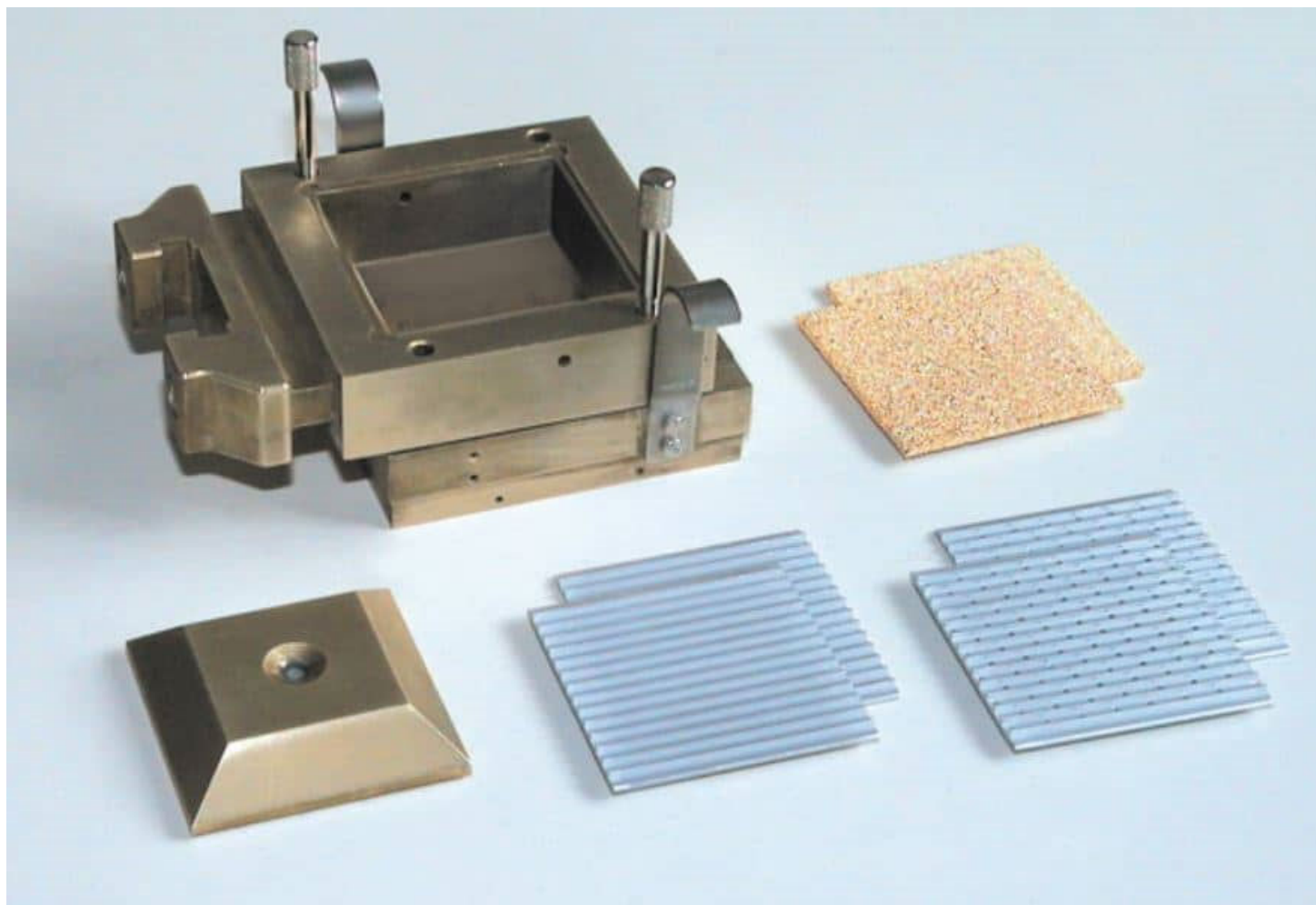
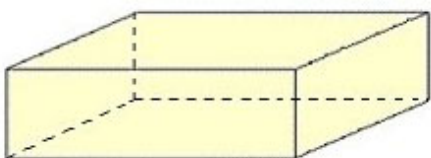
II faza: Povećava se smičuća sila T duž srednje ravni uzorka do loma ili do veličine pomeranja u iznosu od 10 % - 15 % dimenzije uzorka u pravcu smicanja.



1. **DRENIRANI ili SPORI opit (D opit).** Postupak sa dreniranjem u obe faze opita za određivanje vršne čvrstoće tla za efektivne napone. Ovaj opit se standardno primenjuje u praksi i daje parametre izražene efektivnim naponima!!!
2. **POVRATNI ili REVERZNI (R opit).** Drenirani opit smicanja za određivanje rezidualne smičuće čvrstoće za efektivne napone.

OPIT DIREKTNOG SMICANJA

Dvodielna kutija
aparata za direktno
smicanje



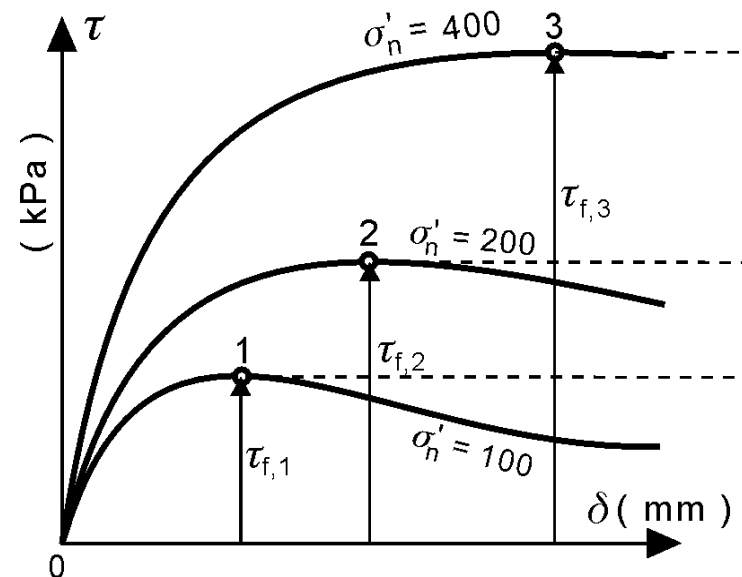
OPIT DIREKTNOG SMICANJA – drenirani D opit

- Ispitujemo tri uzorka sa različitim nivoom normalnih napona!!!

Najčešće: $\sigma_n = 50, 100, 200$ kPa ili $\sigma_n = 100, 200, 400$ kPa ili $\sigma_n = 50, 150, 450$ kPa

- Rezultat opita je **NAPONSKO-DEFORMACIJSKA KRIVA (3 nap-def. krive)**

Rezultati faze II



- Interpretaciju opita razmatramo u **ZADATKU 1**

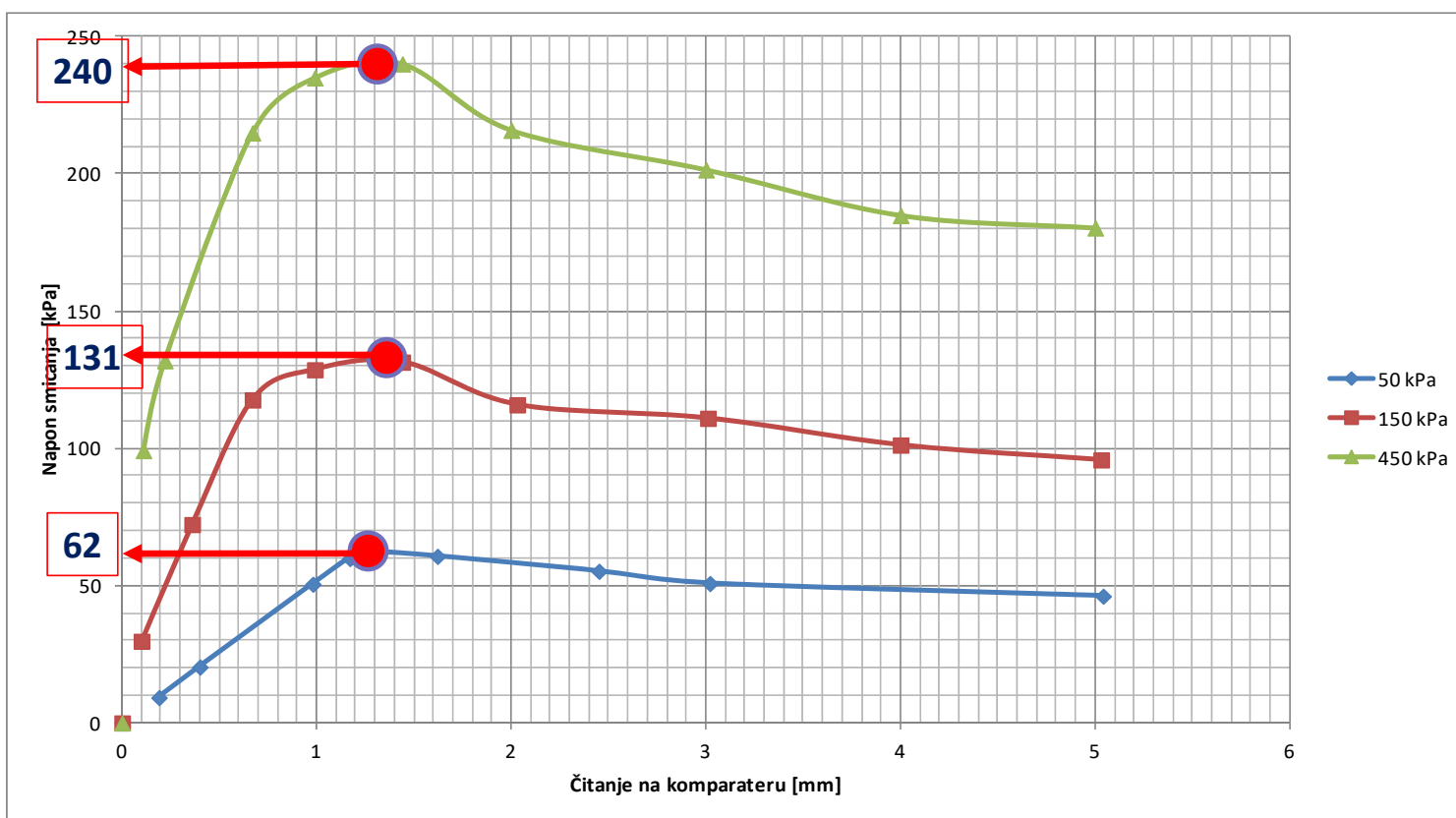
ZADATAK 1

Odrediti parametre smičuće otpornosti tla ϕ' i c' iz opita direktnog smicanja sa kontrolisanim priraštajem smičućeg pomeranja. Podaci dobijeni opitom dati su tabelarno.

$\sigma_n = 50 \text{ kN/m}^2$		$\sigma_n = 150 \text{ kN/m}^2$		$\sigma_n = 450 \text{ kN/m}^2$	
δ (mm) čitanje na komparateru	τ (kN/m ²)	δ (mm) čitanje na komparateru	τ (kN/m ²)	δ (mm) čitanje na komparateru	τ (kN/m ²)
0	0	0	0	0	0
0.19	9.21	0.10	29.74	0.11	99.2
0.40	20.35	0.36	72.25	0.22	131.95
0.98	50.51	0.67	117.67	0.67	214.91
1.17	59.86	0.99	128.64	0.99	234.94
1.30	62.08	1.44	131.41	1.44	240.03
1.62	60.69	2.03	115.9	2.0	215.88
2.45	55.23	3.01	110.96	3.0	201.45
3.02	50.77	4.00	101.22	4.0	184.83
5.04	46.15	5.03	95.81	5.0	180.26

ZADATAK 1

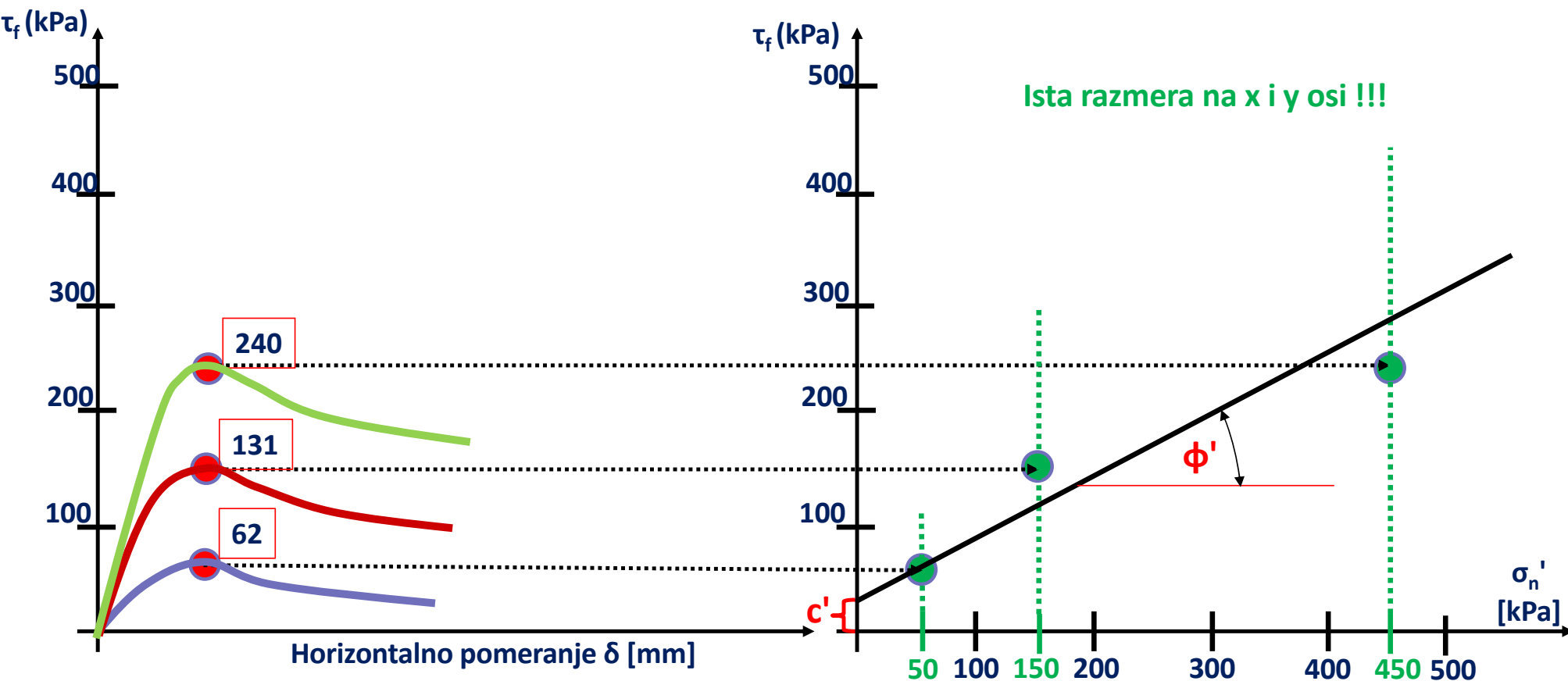
Rezultate opita direktnog smicanja možemo grafički prikazati na sledeći način (3 naponsko-deformacijske krive):



Određujemo maksimalne napone smicanja za svako probno telo. Rezultati su dati u sledećoj tabeli. S obzirom da je reč o dreniranom opitu direktnog smicanja, izmerene vrednosti napona su efektivni naponi:

σ_n' [kPa]	τ_f (kPa)
50	62
150	131
450	240

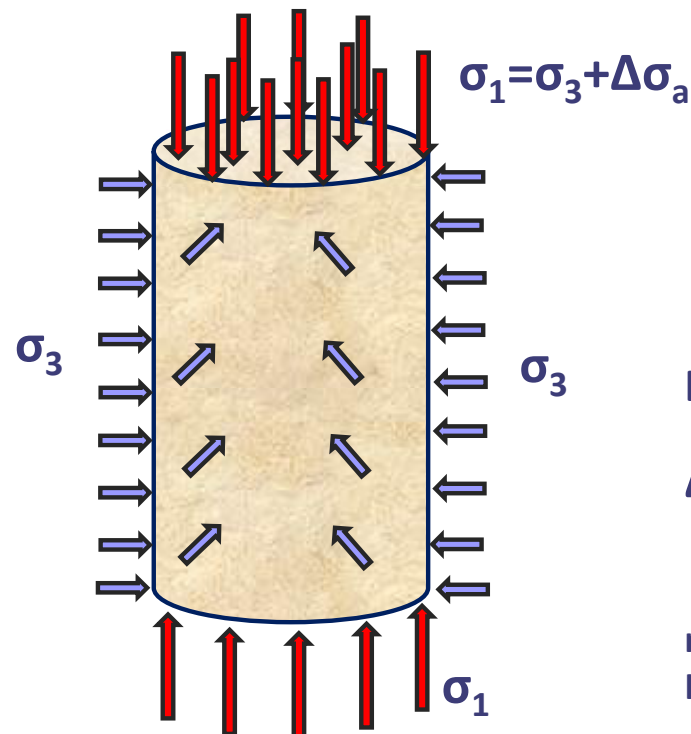
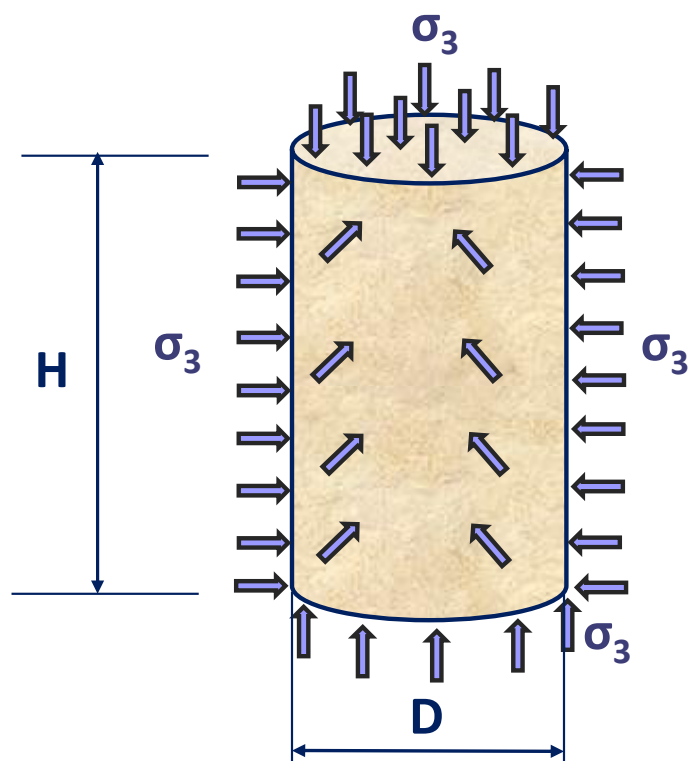
ZADATAK 1 Interpretacija rezultata:



Očitavamo parametre smičuće čvrstoće: $\phi' = 23^\circ$, $c' \approx 35$ kPa

OPIT TRIAKSIJALNE KOMPRESIJE

- **I faza:** Nanosi se svestrani (radijalni, bočni) pritisak $\sigma_r = \sigma_a = \sigma_3 = \sigma_2 = \sigma_1$. Radijalni pritisak $\sigma_r = \sigma_3$ nakon nanošenja ostaje konstantan za jedan uzorak tokom celog trajanja opita.
- **II faza:** Povećava se aksijalni pritisak $\sigma_a = \sigma_1$ do loma ili do deformacije od oko 20% visine uzorka.



Devijator napona:

$$\Delta\sigma_a = \sigma_1 - \sigma_3$$

min $D=34$ mm
 $H/D=1.8-2.5$

OPIT TRIAKSIJALNE KOMPRESIJE

Vrste opita:

1. **NEKONSOLIDOVANI NEDRENIRANI opit, (UU opit)**, postupak bez dreniranja u obe faze opita, odnosno "brzi opit". Rezultat – parametri smičuće čvrstoće u nedreniranim uslovima $\phi_u=0$, c_u
2. **KONSOLIDOVANI NEDRENIRANI opit, (CU opit)**, postupak sa konsolidacijom u prvoj fazi i bez dreniranja u drugoj. Rezultat – parametri smičuće čvrstoće za totalne (ϕ_{cu} , c_{cu}) i efektivne napone (ϕ' , c')
3. **KONSOLIDOVANI DRENIRANI opit, (CD opit)**, postupak sa dreniranjem u obe faze opita, odnosno "spori opit". Rezultat – parametri smičuće čvrstoće za efektivne napone ϕ' , c'

▪ Za sve tri vrste opita se najčešće podrazumeva da su uzorci potpuno zasićeni

Ispitujemo tri uzorka sa različitim nivoom svestranih napona σ_3 !!!

Najčešće: $\sigma_3 = 50, 100, 200$ kPa ili $\sigma_3 = 100, 200, 400$ kPa ili $\sigma_3 = 50, 150, 450$ kPa

ZADATAK 2

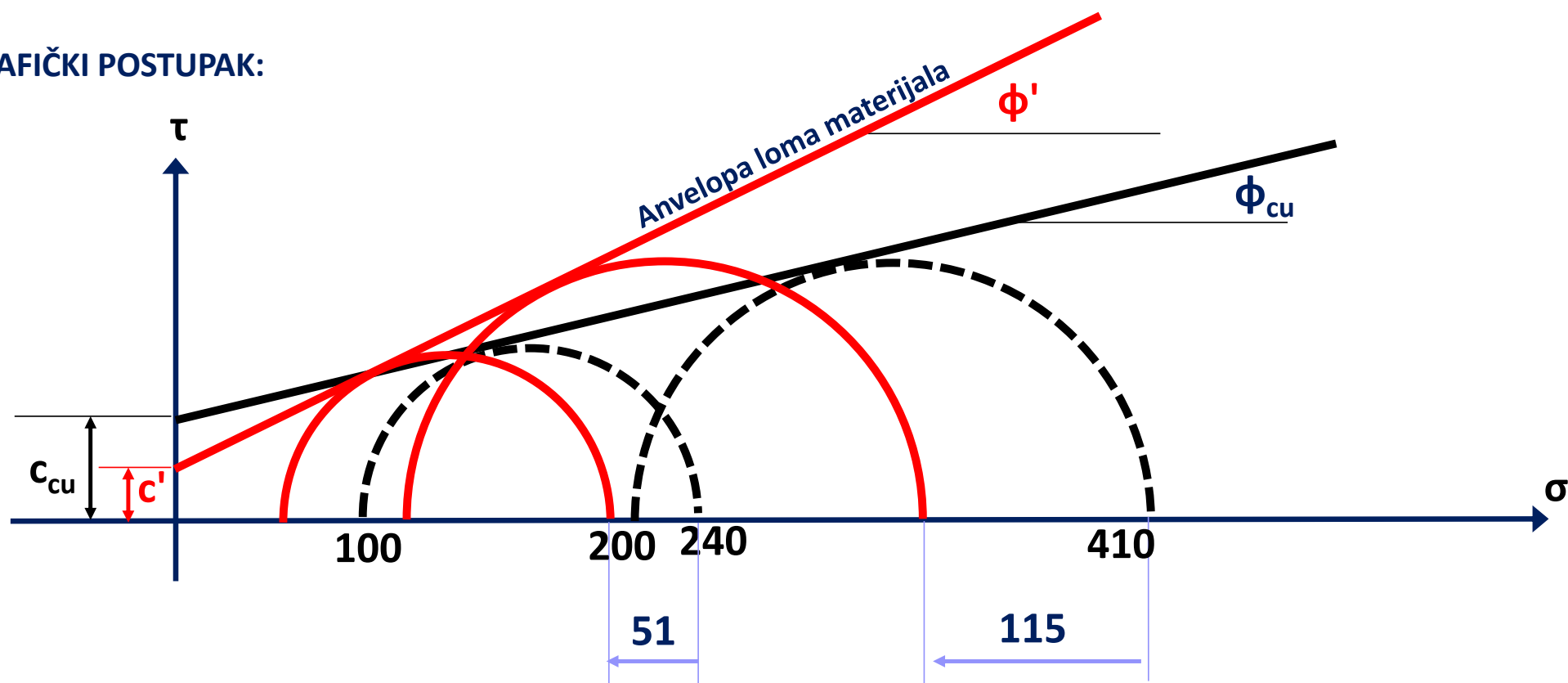
Odrediti parametre smičuće čvrstoće za totalne i efektivne napone uzorka gline ispitivanog u triaksijalnom aparatu u konsolidovano nedreniranim uslovima (**CU opit**). Glavni naponi i porni pritisci pri lomu dati su u tabeli. Odrediti i parametre modifikovane anvelope loma u Lambe-ovom dijagramu.

Opit	σ_3 (kN/m ²)	σ_1 (kN/m ²)	u (kN/m ²)
1	100	240	51
2	200	410	115

- **I faza:** Nanosi se svestrani pritisak $\sigma_3 = \sigma_1$
- Generišu se porni natpritisci Δu
- Omogućava se dreniranje i promena zapremine – **KONSOLIDACIJA**
- **Konsolidacija je završena kada je $\Delta u=0$**
- **II faza:** Povećava se aksijalni pritisak u **NEDRENIRANIM USLOVIMA** (generišu se porni natpritisci Δu) $\sigma_a = \sigma_1$ do loma ili do deformacije od oko 20 % visine uzorka.
- **Merimo porni pritisak u drugoj fazi!!!**

ZADATAK 2 Zadatak možemo rešiti grafički i analitički

GRAFIČKI POSTUPAK:

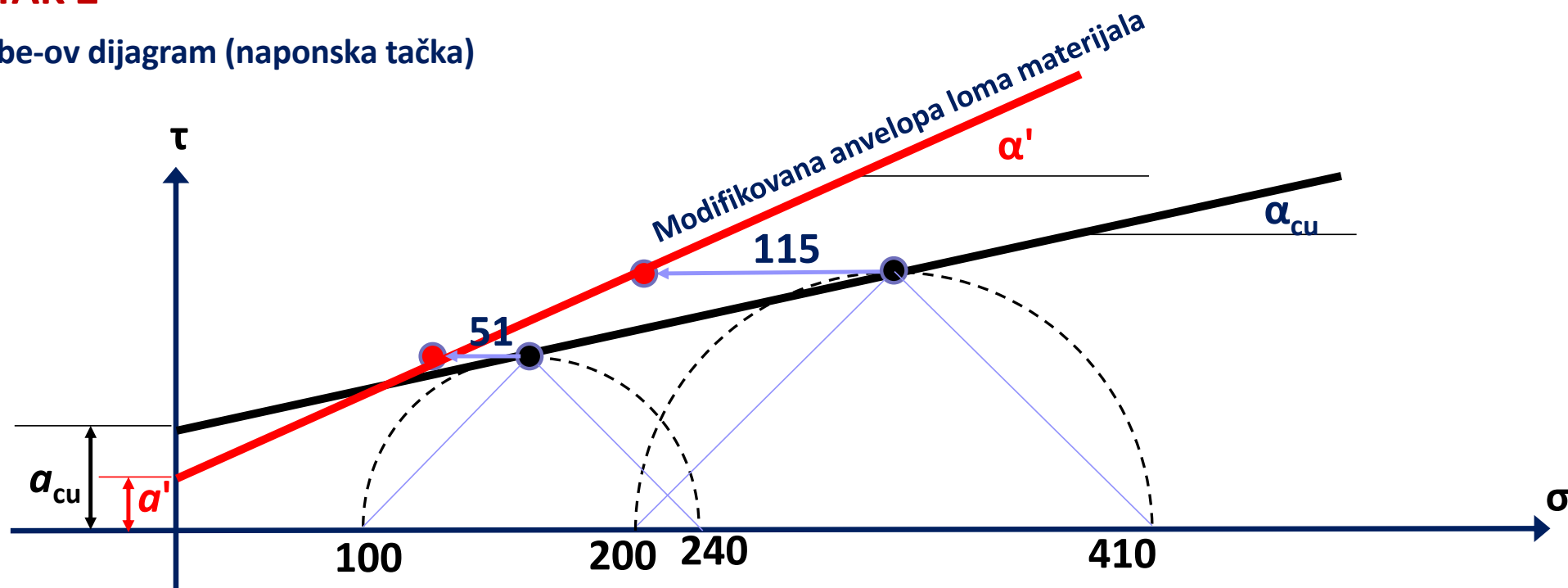


Očitavamo parametre smičuće čvrstoće:

 $\phi_{cu} = 15^\circ$, $c_{cu} = 26.8$ kPa Za totalne napone $\phi' = 29.5^\circ$, $c' = 13$ kPa Za efektivne napone

ZADATAK 2

Lambe-ov dijagram (naponska tačka)



Očitavamo parametre smičuće čvrstoće:

$$\alpha_{cu} = 14.5^\circ, a_{cu} = 25.9 \text{ kPa}$$

Za totalne napone

$$\alpha' = 26.2^\circ, a' = 11.3 \text{ kPa}$$

Za efektivne napone

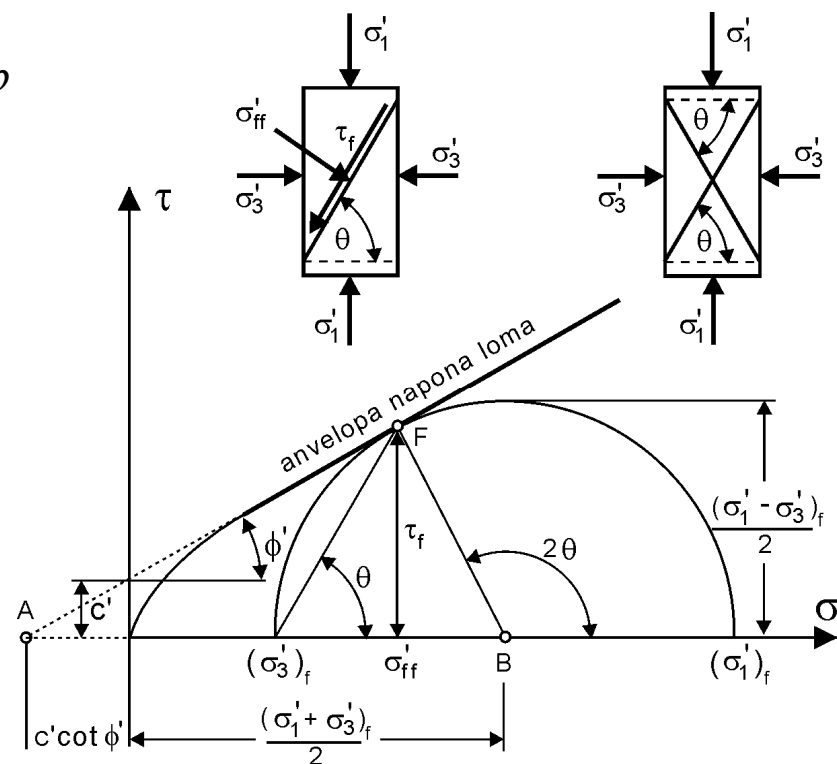
ZADATAK 2

ANALITIČKI POSTUPAK:

- Veza između parametara smičuće čvrstoće linearne anvelope napona pri lomu i glavnih napona pri lomu u opitu triaksijalne kompresije data je sledećom jednačinom:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi + 2c \cdot \cos \varphi$$

- Ova jednačina može se postaviti i za totalne i za efektivne napone i može se izvesti primenom analitičke geometrije, iz jednačine Morovog kruga napona pri lomu i jednačine tangente na Morov krug napona pri lomu
- Gore navedenu opštu jednačinu veze između anvelope napona pri lomu i Morovog kruga napona pri lomu možemo napisati za svako od dva ispitana probna tela. Na taj način dobijamo sistem dve jednačine sa dve nepoznate veličine - parametrima smičuće čvrstoće.



ZADATAK 2 ANALITIČKI POSTUPAK:

- Za totalne napone imamo sledeći sistem jednačina:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi + 2c \cdot \cos \varphi$$

$$1 \rightarrow 240 - 100 = (240 + 100) \sin \varphi + 2c \cdot \cos \varphi$$

$$2 \rightarrow 410 - 200 = (410 + 200) \sin \varphi + 2c \cdot \cos \varphi$$

$$140 = 340 \sin \varphi + 2c \cdot \cos \varphi$$

$$210 = 610 \sin \varphi + 2c \cdot \cos \varphi$$

$$70 = 270 \sin \varphi \rightarrow \sin \varphi = \frac{70}{270} = 0.259$$

$$\varphi = \arcsin(0.259) = 15.03$$

- Zamenom dobijenog ugla unutrašnjeg trenja u jednu od dve jednačine možemo dobiti koheziju za totalne napone:

$$\varphi = 15.03$$

$$140 = 340 \sin \varphi + 2c \cdot \cos \varphi$$

$$c = \frac{140 - 340 \sin \varphi}{2 \cos \varphi} = \frac{140 - 340 \cdot 0.259}{2 \cos(15.03)} = 26.84$$

Parametri smičuće otpornosti za totalne napone:
c=26.84 kPa, $\phi=15.03^\circ$.

NAPOMENA: Parametri smičuće čvrstoće za totalne napone se mogu pisati i bez oznaka cu u indeksu

ZADATAK 2 ANALITIČKI POSTUPAK:

- Parametri smičuće otpornosti za efektivne napone određuju se na potpuno isti način, s tim da se prvo odrede vrednosti efektivnih glavnih napona pri lomu. U CU opitu triaksijalne kompresije omogućeno je merenje pornog pritiska pri lomu, čime je, prema principu efektivnih napona, omogućeno određivanje efektivnih napona pri lomu. Važno je napomenuti da se porni pritisci u CU opitu mogu korektno izmeriti samo u potpuno zasićenim uzorcima.

				<i>Princip efektivnih napona: $\sigma' = \sigma - u$</i>	
Opit	σ_3 (kN/m ²)	σ_1 (kN/m ²)	u (kN/m ²)	$\sigma_3' = \sigma_3 - u$	$\sigma_1' = \sigma_1 - u$
1	100	240	51	49	189
2	200	410	115	85	295

ZADATAK 2 ANALITIČKI POSTUPAK:

- Za efektivne napone imamo sledeći sistem jednačina:

$$\sigma_1' - \sigma_3' = (\sigma_1' + \sigma_3') \sin \varphi' + 2c' \cdot \cos \varphi'$$

$$1 \rightarrow 189 - 49 = (189 + 49) \sin \varphi' + 2c' \cdot \cos \varphi'$$

$$2 \rightarrow 295 - 85 = (295 + 85) \sin \varphi' + 2c' \cdot \cos \varphi'$$

$$140 = 238 \sin \varphi' + 2c' \cdot \cos \varphi'$$

$$210 = 380 \sin \varphi' + 2c' \cdot \cos \varphi'$$

$$70 = 142 \sin \varphi' \rightarrow \sin \varphi' = \frac{70}{142} = 0.493$$

$$\varphi' = \arcsin(0.493) = 29.54$$

$$140 = 238 \sin \varphi' + 2c' \cdot \cos \varphi'$$

$$c' = \frac{140 - 238 \sin \varphi'}{2 \cos \varphi'} = \frac{140 - 238 \cdot 0.493}{2 \cos(29.54)} = 13.03$$

Parametri smičuće otpornosti za efektivne napone: **c'=13.03 kPa**, **φ'=29.54°**

ZADATAK 2 ANALITIČKI POSTUPAK: Parametri modifikovane anvelope loma u Lambe-ovom dijagramu

- Veza između parametara smičuće otpornosti i parametara modifikovane anvelope napona loma mogu se izvesti i prikazati sledećim izrazima:

$$\sin \phi' = \tan \alpha'$$

$$\phi' = \arcsin (\tan \alpha')$$

$$c' = a' / \cos \phi'$$

Navedene veze mogu se primeniti i za totalne napone. Iz navedenih veza sada možemo izračunati parametre modifikovane anvelope napona pri lomu.

- Parametri modifikovane anvelope za efektivne napone:**

$$\sin \phi' = \tan \alpha' \rightarrow \alpha' = \arctg (\sin \phi')$$

$$\alpha' = \arctg (0.493) = 26.24$$

$$c' = a' / \cos \phi' \rightarrow a' = c' \cos \phi'$$

$$a' = c' \cos \phi' = 13.03 \cdot \cos (29.54) = 11.34 \text{ kPa}$$

- Parametri modifikovane anvelope za totalne napone:**

$$\sin \phi = \tan \alpha \rightarrow \alpha = \arctg (\sin \phi)$$

$$\alpha = \arctg (0.259) = 14.53$$

$$c = a / \cos \phi \rightarrow a = c \cos \phi$$

$$a = c \cos \phi = 26.84 \cdot \cos (15.03) = 25.92 \text{ kPa}$$

ZADATAK 3

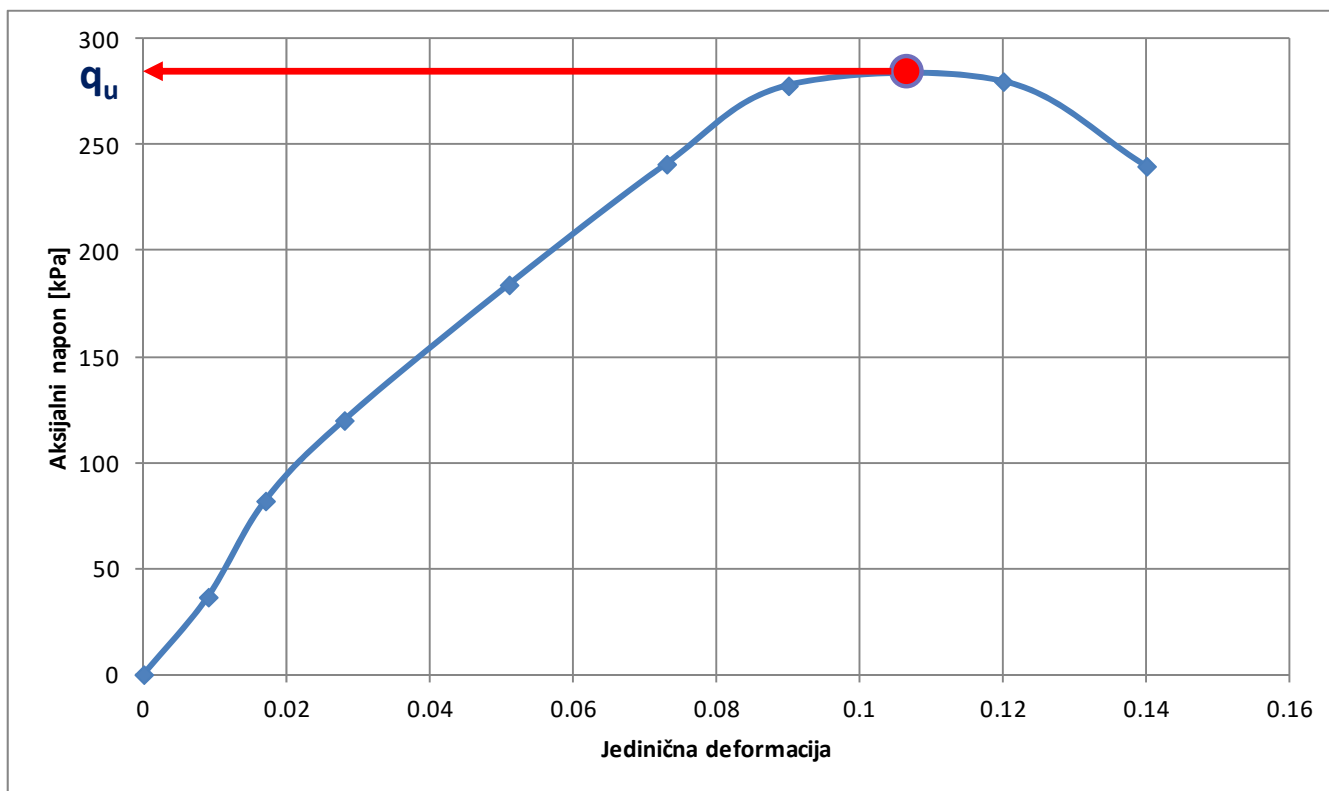
Odrediti jednoaksijalnu čvrstoću q_u i nedreniranu koheziju c_u na osnovu podataka dobijenih merenjem (vidi tabelu).

jedinična deformacija ε	0.009	0.017	0.028	0.051	0.073	0.090	0.120	0.140
aksijalni napon σ (kN/m ²)	36.6	82.0	120.0	184.0	241.0	278.0	280.0	240.0

- Jednoaksijalna čvrstoća tla određuje se za neporemećene zasićene uzorke sitnozrnog tla.
- Uzorak oblika cilindra se izlaže vertikalnom pritisku do loma (pojave velikih deformacija), pri čemu su bočni naponi jednaki nuli.
- Opit se izvodi brzo, praktično u nedreniranim uslovima.

ZADATAK 3

Podatke iz tabele možemo prikazati grafički:



- Maksimalna vrednost aksijalnog napona predstavlja jednoaksijalnu čvrstoću q_u

$$q_u = 280 \text{ kPa}$$

ZADATAK 3

- S obzirom da je opit nedreniran, imamo da je $\phi_u = 0$, dok je smičuća čvrstoća jednaka nedreniranoj koheziji c_u . Iz oblika Morovog kruga napona pri lomu proističe da je nedrenirana kohezija jednaka polovini jednoaksijalne čvrstoće tj. $c_u = q_u/2$.

