



Studijski program: **Građevinarstvo**

Modul: **HVE**

Godina/Semestar: **III godina / V semestar**

Naziv predmeta (šifra): **Hidraulika 1 (B2H3H1)**

Nastavnici: **doc. dr Budo Zindović** doc. dr Anja Randjelović
doc. dr Robert Ljubičić doc. dr Miloš Milašinović

Naslov predavanja: **Vežba 5.1: Mostovsko suženje i široki prag (1/2)**

Datum: **29.11.2022.**

Beograd, 2022.

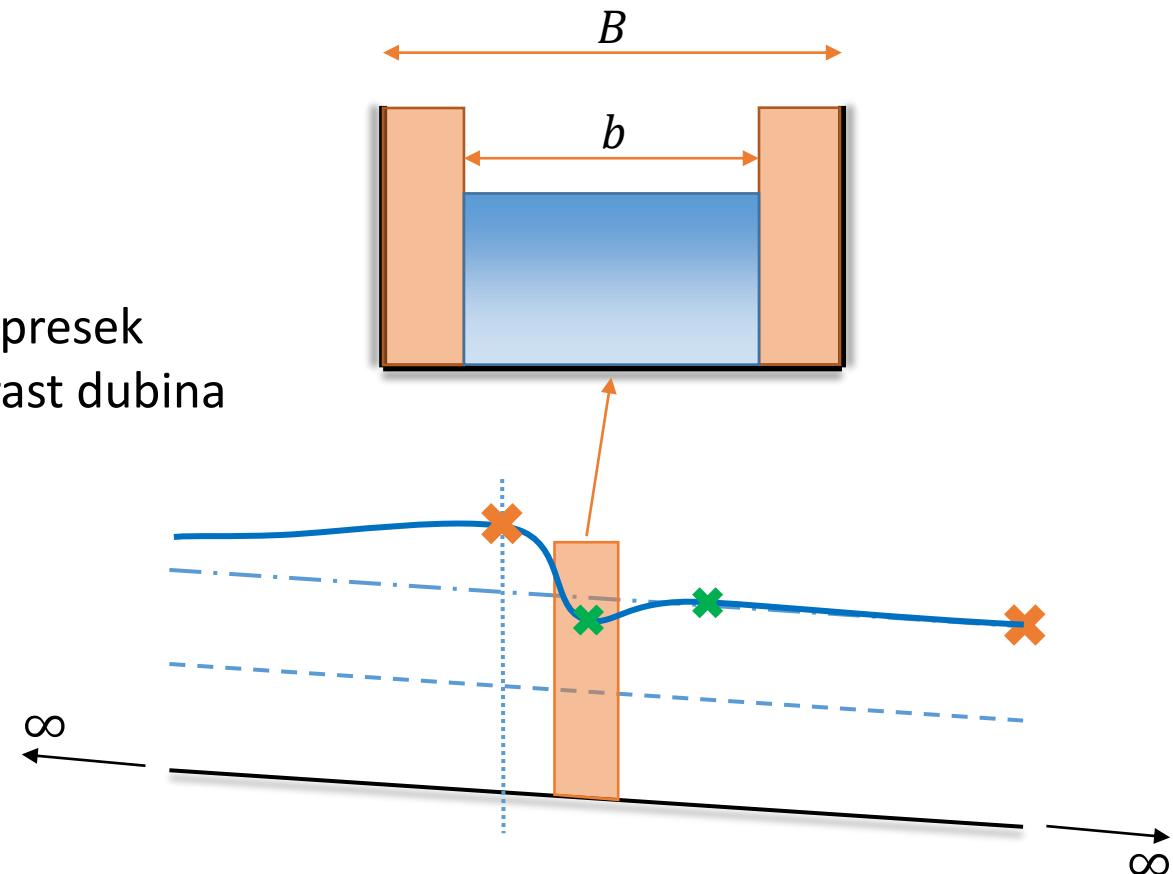
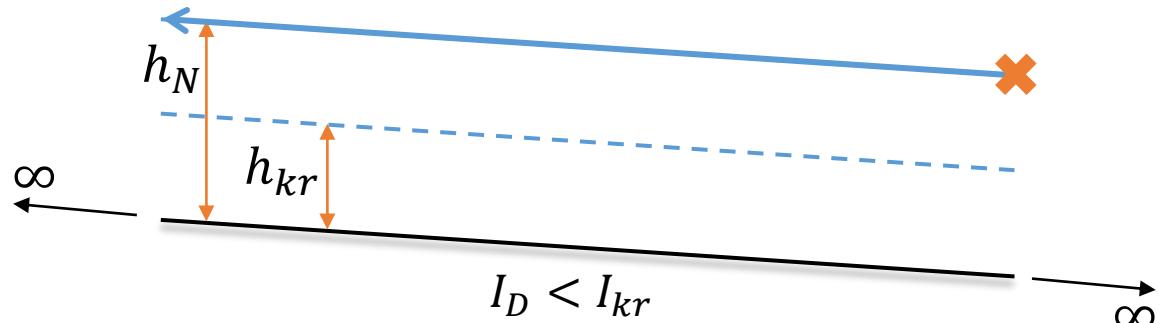
Kako most utiče na tečenje u kanalu/vodotoku?

Primer:

- Jednoliko ustaljeno tečenje kanalom
- $I_D < I_{kr} \rightarrow h_N > h_{kr}$
- Pravougaoni poprečni presek

Postavljanje mosta u kanalu:

- **Suženje** proticajnog preseka = lokalna prepreka
- Voda mora da „uhvati zalet“ kako bi prošla kroz suženi presek
- „**AKUMULIRANJE ENERGIJE**“ uzvodno od suženja = porast dubina



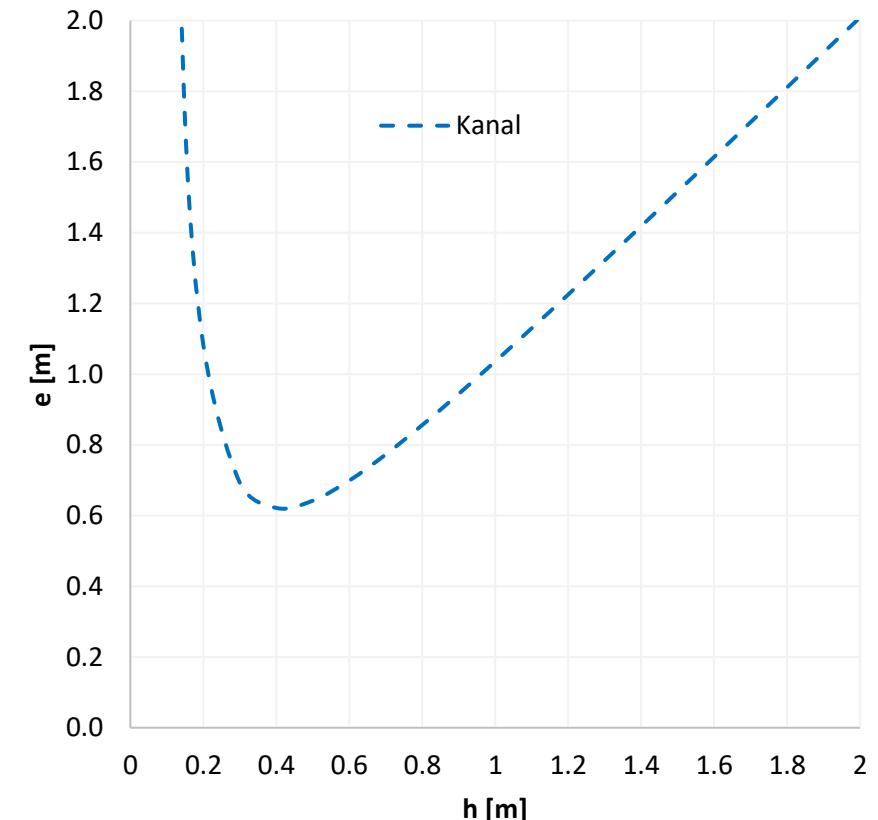
Podsetnik

Specifična energija:

$$e(h) = h + \frac{v^2}{2g} = h + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

- Protok $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$
- U kanalu veća širina

$$B = 12 \text{ m}, \quad A_K = hB$$



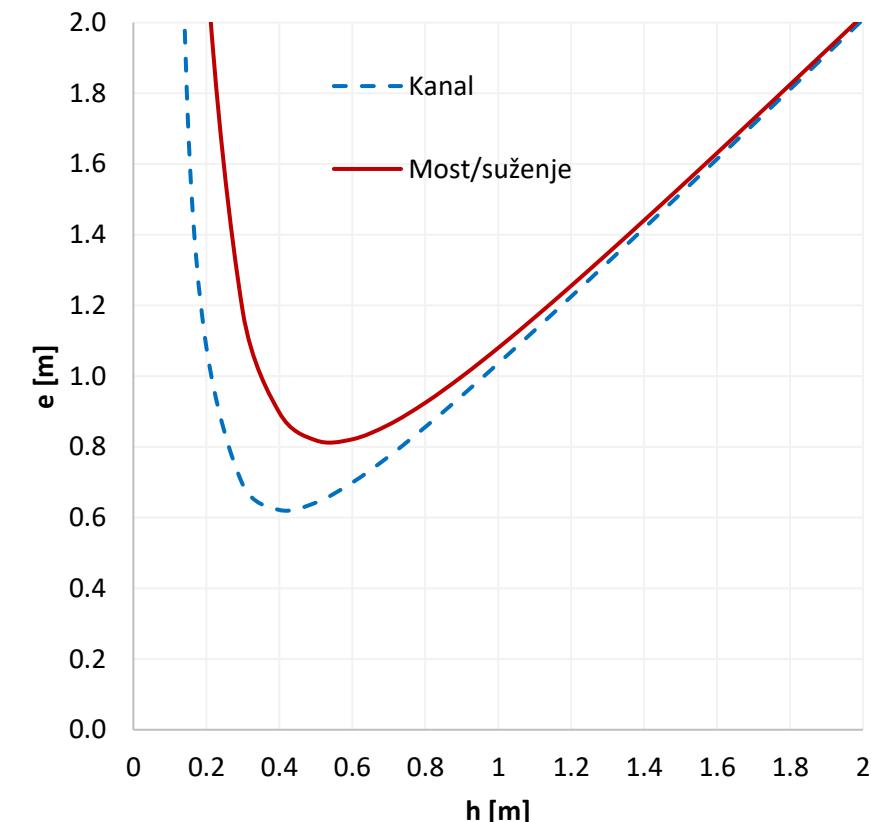
Podsetnik

Specifična energija:

$$e(h) = h + \frac{v^2}{2g} = h + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

- Protok $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$
- U kanalu veća širina
- U suženju (**most**) manja širina

$$\begin{aligned} B &= 12 \text{ m}, & A_K &= hB \\ b &= 8 \text{ m}, & A_M &= hb \end{aligned}$$



Podsetnik

Specifična energija:

$$e(h) = h + \frac{v^2}{2g} = h + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

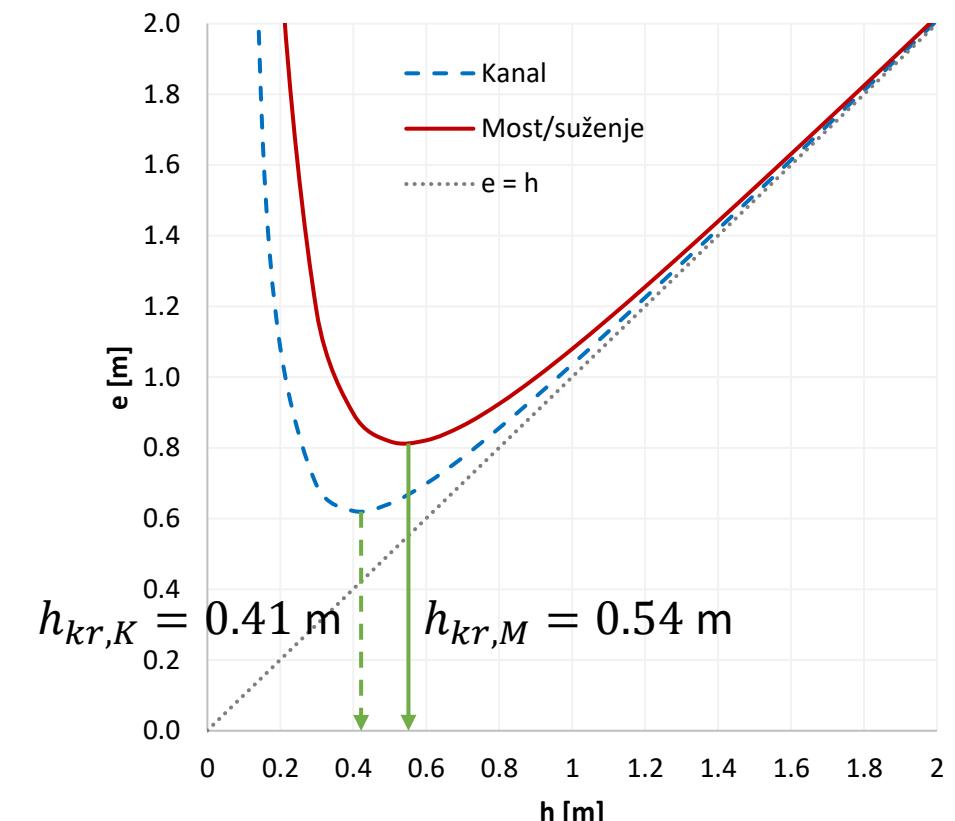
- Protok $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$
- U kanalu veća širina $B = 12 \text{ m}$, $A_K = hB$
- U suženju (most) manja širina $b = 8 \text{ m}$, $A_M = hb$

Zaključak:

- Najmanja moguća energija u suženju mosta (pri datom protoku Q) je pri $h_{kr,M} = 0.54 \text{ m}$

$$e_M^{min} = h_{kr,M} + \frac{v_{kr,M}^2}{2g}$$

- **Pritom:** telo teži da prepreku savlada sa minimumom energije
 \Rightarrow kod mostovskog suženja voda teži tome da „prođe“ sa minimumom energije e_M^{min}



Varijante tečenja u kanalu i u suženju

1. U zavisnosti od **tipa tečenja** u suženju:

- a) **Potopljeno** tečenje u suženju
- b) **Nepotopljeno** “

2. U zavisnosti od **nagiba dna** kanala:

- a) $I_D < I_{kr} \Rightarrow h_N > h_{kr} \Rightarrow$ Linije tipa M u kanalu

Potopljeno ✓

Nepotopljeno ✓

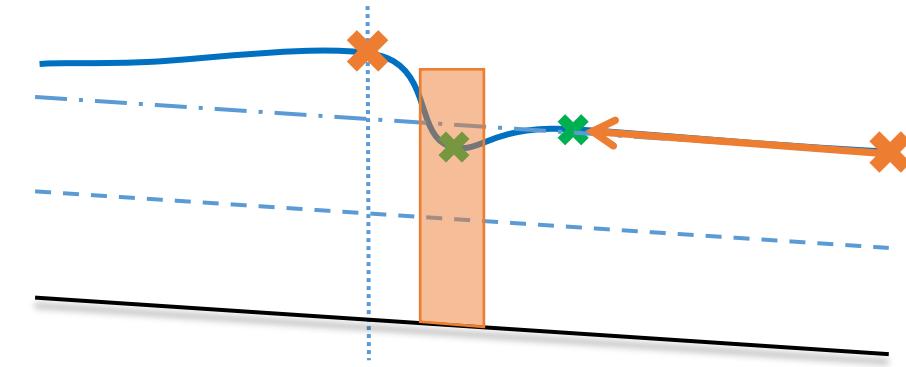
- b) $I_D > I_{kr} \Rightarrow h_N < h_{kr} \Rightarrow$ Linije tipa S u kanalu

Potopljeno ✗

Nepotopljeno ✓

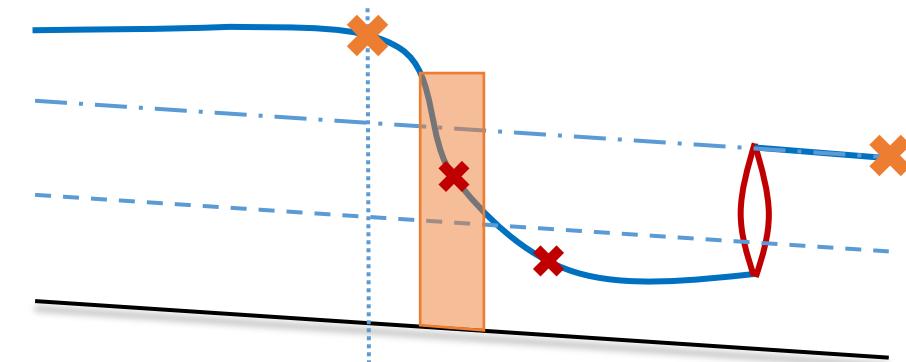
„Sukob interesa“ kod mosta

- **Primer:** $I_D < I_{kr} \rightarrow h_N > h_{kr}$
- Nizvodni granični uslov (NGU, npr. h_N) „teži“ da svoj **uticaj prenese što uzvodnije** – do samog suženja
- NGU poseduje neku energiju $e_{niz} = h_{niz} + v_{niz}^2/2g$
- Ako je taj granični uslov dovoljno „snažan“ da u suženju **obezbedi energiju veću od minimalne e_M^{min}** , onda će u tome i uspeti – **POTOPLJENO TEČENJE**
- Ako NGU nije dovoljno „jak“ (tj. presek mosta je suviše uzak), onda suženje „pobeđuje“ i u suženju će se javiti minimalna energija e_M^{min} – **NEPOTOPLJENO TEČENJE**



POTOPLJENO povoljnije nego **NEPOTOPLJENO**:

1. Ne želimo da most (pomoću h_{kr}) diktira tečenje u kanalu
2. Veće dubine uzvodno kod **nepotopljenog**
3. Javlja se **buran** režim nizvodno + hidraulički skok
4. **Veće sile** na konstrukciju mosta kod **nepotopljenog**



Test potopljenosti u suženju $I_D < I_{kr}$

Strategija:

1. Odrediti **minimalni energiju** u suženju: $e_M^{min} = h_{kr,M} + \frac{v_{kr,M}^2}{2g}$
2. Prepostaviti da je nizvodni granični uslov uspeo da se „protegne“ do samog mosta = **POTOPLJENO**:

$$e_2^{pot} = e_{niz} = h_{niz} + \frac{v_{niz}^2}{2g}$$

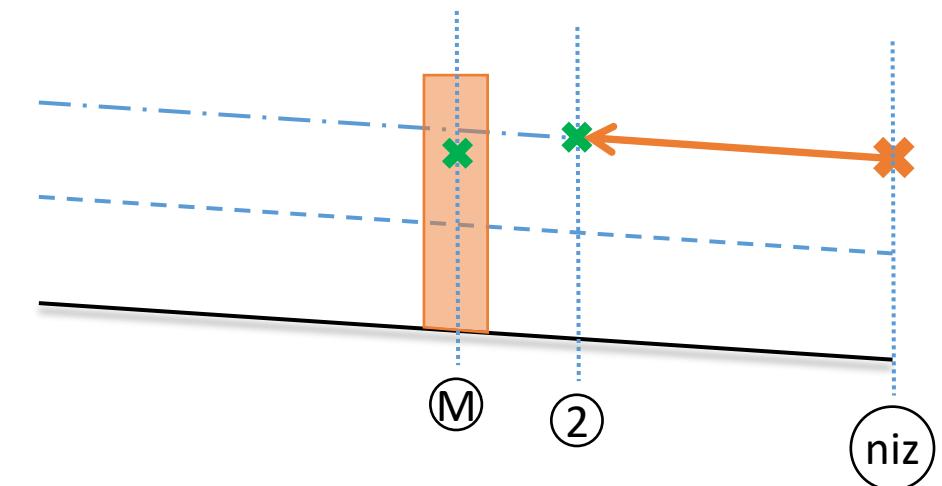
3. Gubitak između mosta M i preseka 2 pomoću **Bordine teoreme**:

$$\Delta e_{M-2} = \frac{(v_M^{pot} - v_{niz})^2}{2g}$$

$$e_M^{pot} = e_2^{pot} + \Delta e_{M-2} = e_2^{pot} + \frac{(v_M^{pot} - v_{niz})^2}{2g}$$

$$h_M^{pot} + \frac{(v_M^{pot})^2}{2g} = e_2^{pot} + \frac{(v_M^{pot} - v_{niz})^2}{2g}$$

4. Dve nepoznate: (1) **dubina** h_M^{pot} i (2) **brzina** v_M^{pot}
5. Dostupna dva izraza: (1) **EJ** od M do 2 i (2) **JK**: $Q = vA$
6. Ako je **potopljeno** tečenje poznat je i režim tečenja u suženju = **MIRNO**



Test potopljenosti u suženju $I_D < I_{kr}$

Strategija:

7. **MIRAN** režim = **velike dubine**, male brzine. Pretpostaviti stoga $v_M^{pot} = 0$.

8. Odrediti h_M^{pot} iz EJ od M do 2:

$$h_M^{pot} = e_2^{pot} + \frac{(v_M^{pot} - v_{niz})^2}{2g} - \frac{(v_M^{pot})^2}{2g}$$

9. Odrediti v_M^{pot} iz JK:

$$v_M^{pot} = \frac{Q}{bh_M^{pot}}$$

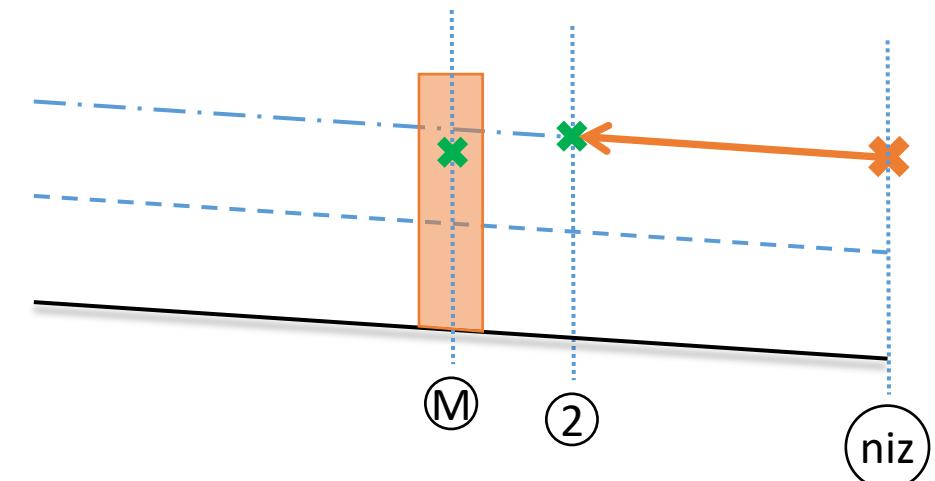
10. „Vratiti“ izračunato v_M^{pot} u EJ (korak 8)

11. Korak 9

12. Korak 8

13. ...

14. Do konvergencije ($\varepsilon = \dots < _\%$, usvojiti neki kriterijum)



n	v_M^{pot}	h_M^{pot}
0	0	EJ (8)
1	JK (9)	EJ (8)
2	JK (9)	EJ (8)
...

Test potopljenosti u suženju $I_D < I_{kr}$

Strategija:

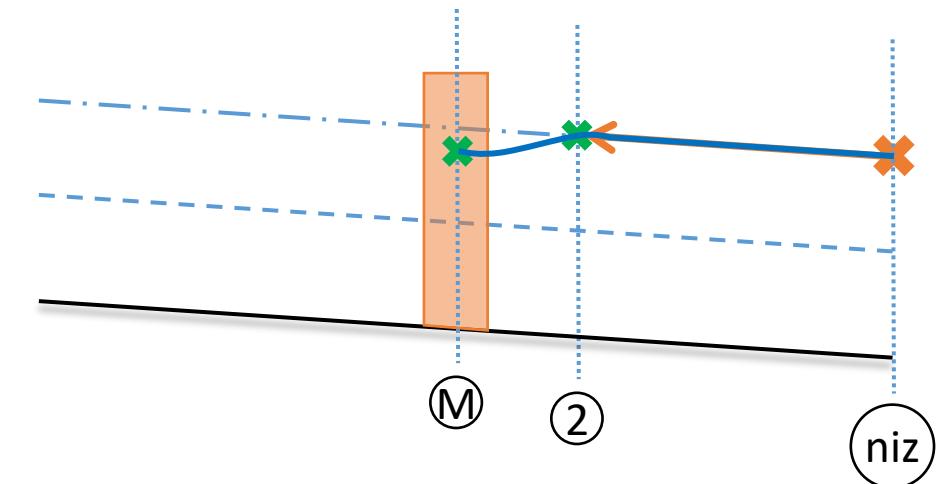
15. Sada dostupna energija u suženju za slučaj potopljenog tečenja:

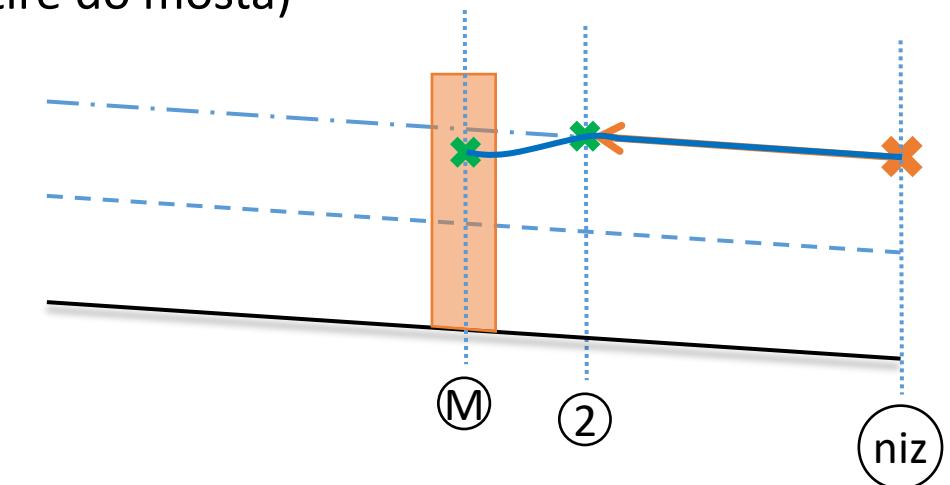
$$e_M^{pot} = h_M^{pot} + \frac{(v_M^{pot})^2}{2g}$$

16. Uporediti e_M^{pot} sa e_M^{min} :

$e_M^{pot} > e_M^{min} \Rightarrow$ „pobeđuje“ NGU \Rightarrow **POTOPLJENO**

$e_M^{pot} < e_M^{min} \Rightarrow$ „pobeđuje“ suženje \Rightarrow **NEPOTOPLJENO**



POTOPLJENO tečenje u suženju $I_D < I_{kr}$ 17. Ako je tečenje u suženju **POTOPLJENO** :U preseku 2 javljaju se h_{niz}, v_{niz} (tj. NGU se prostire do mosta)U preseku M javljaju se h_M^{pot}, v_M^{pot} 

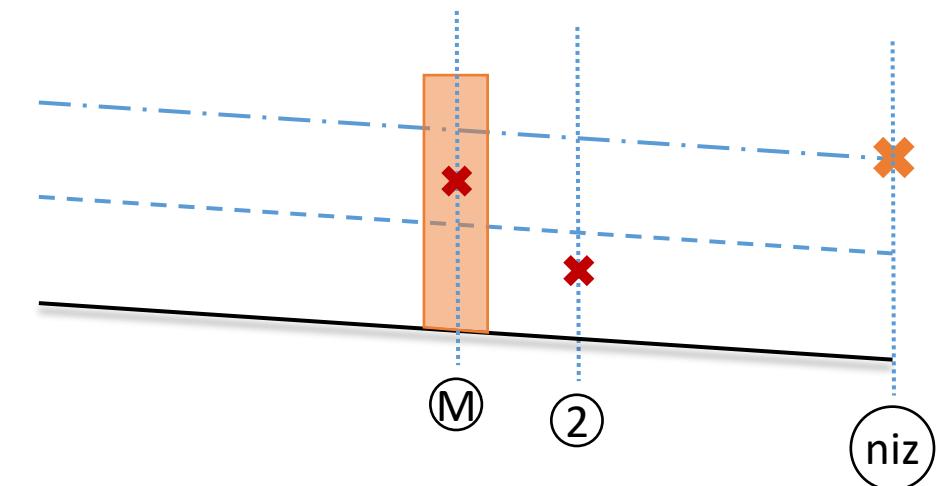
NEPOTOPLJENO tečenje u suženju $I_D < I_{kr}$

17. Ako je tečenje u suženju **NEPOTOPLJENO** :

U preseku M **minimalna energija** e_M^{min}
odnosno **kritična dubina** i brzina $h_{kr,M}, v_{kr,M}$

Uvodno od mosta **MIRNO**
+ u suženju **KRITIČNA** dubina
= nizvodno od suženja **BURAN** režim !!!

U preseku 2 ne preovladava NGU već treba odrediti h_2, v_2



EJ od M do 2 – kod nepotopljenog gubici pomoću ξ_{niz} :

$$e_M^{min} = e_2 + \Delta e_{M-2} = h_2 + (1 + \xi_{niz}) \frac{v_2^2}{2g} \quad = \text{nepoznate } h_2 \text{ i } v_2, \text{ režim } \textcolor{red}{BURAN}$$

NEPOTOPLJENO tečenje u suženju $I_D < I_{kr}$

18. BURAN režim = male dubine, **velike brzine**. Prepostaviti stoga $h_2 = 0$.

19. Odrediti v_2 iz EJ od M do 2:

$$h_2 + (1 + \xi_{niz}) \frac{v_2^2}{2g} = e_M^{\min}$$

$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_{niz}}} \sqrt{2g(e_M^{\min} - h_2)}$$

20. Odrediti h_2 iz JK:

$$h_2 = \frac{Q}{Bv_2}$$

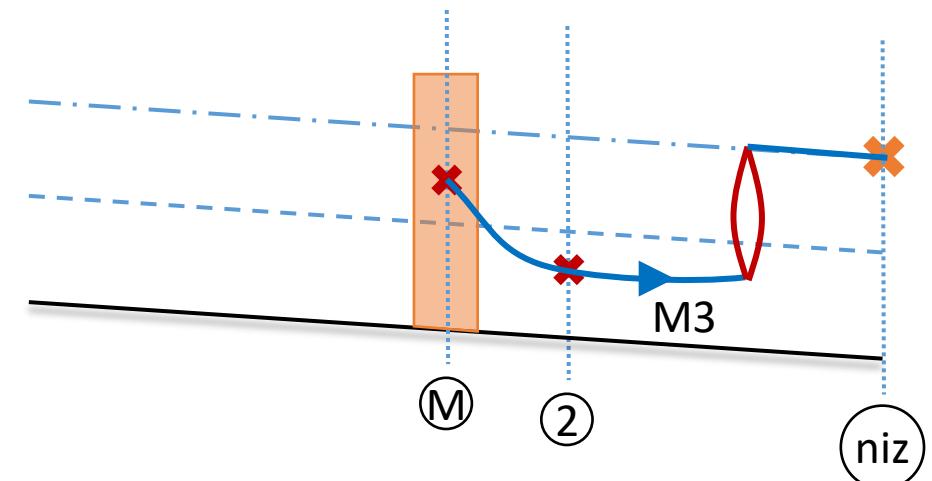
21. „Vratiti“ izračunato v_2 u EJ (korak 19)

22. Korak 20

23. Korak 19

24. ...

25. Do konvergencije ($\varepsilon = \dots < \dots \%$, usvojiti neki kriterijum)



n	h_2	v_2
0	0	EJ (19)
1	JK (20)	EJ (19)
2	JK (20)	EJ (19)
...

NEPOTOPLJENO tečenje u suženju $I_D < I_{kr}$

- Pozicija hidrauličkog skoka: uporediti $\Phi(h_2)$ i $\Phi(h_{niz})$

$$\Phi(h) = h_T A + \frac{Q^2}{gA}$$

$\Phi(h_2) > \Phi(h_{niz}) \Rightarrow \text{ODBAČEN skok}$

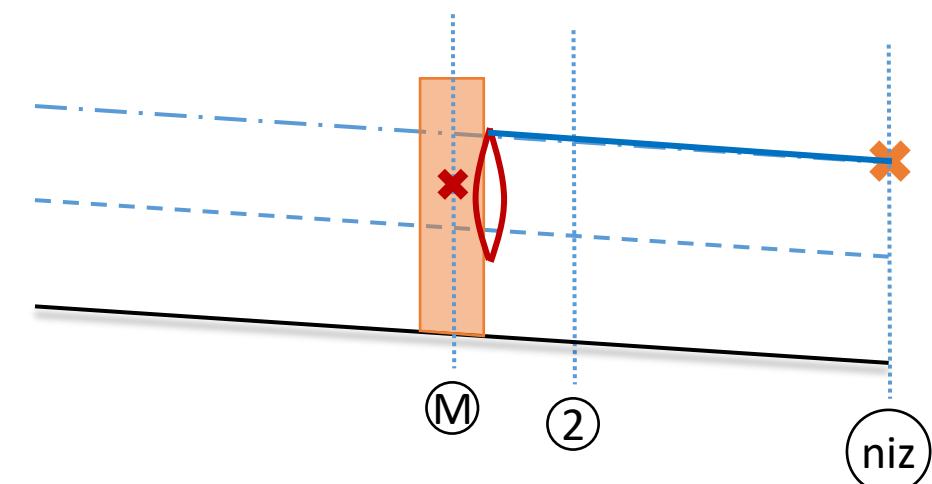
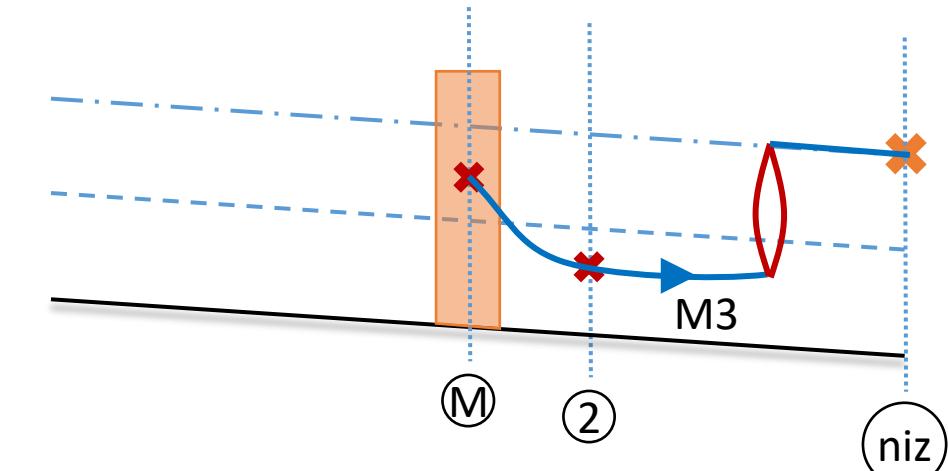
$\Phi(h_2) < \Phi(h_{niz}) \Rightarrow \text{skok NABAČEN na most,}$
potopio je presek 2 (dubinu } h_2\},
naslanja se na konstrukciju mosta

- Za pravougaoni presek:

$$h''_2 = \frac{h_2}{2} (-1 + \sqrt{1 + 8Fr_2})$$

$h''_2 > h_{niz} \Rightarrow \text{ODBAČEN skok}$

$h''_2 < h_{niz} \Rightarrow \text{NABAČEN skok}$



Proračun dubine i brzine užvodno od mosta $I_D < I_{kr}$

- Užvodno režim **MIRAN** = **velike dubine**, male brzine. Pretpostavimo najpre stoga $v_1 = 0$.
- Odrediti h_1 iz EJ od 1 do M:

$$e_1 = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = e_M + \xi_{uz} \frac{v_M^2}{2g}$$

$$h_1 = e_M + \xi_{uz} \frac{v_M^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$$

$$e_M = \begin{cases} e_M^{pot}, & \text{potopljeno} \\ e_M^{min}, & \text{nepotopljeno} \end{cases}$$

- Odrediti v_1 iz JK:

$$v_1 = \frac{Q}{Bh_1}$$

- „Vratiti“ izračunato v_1 u EJ (korak 2)

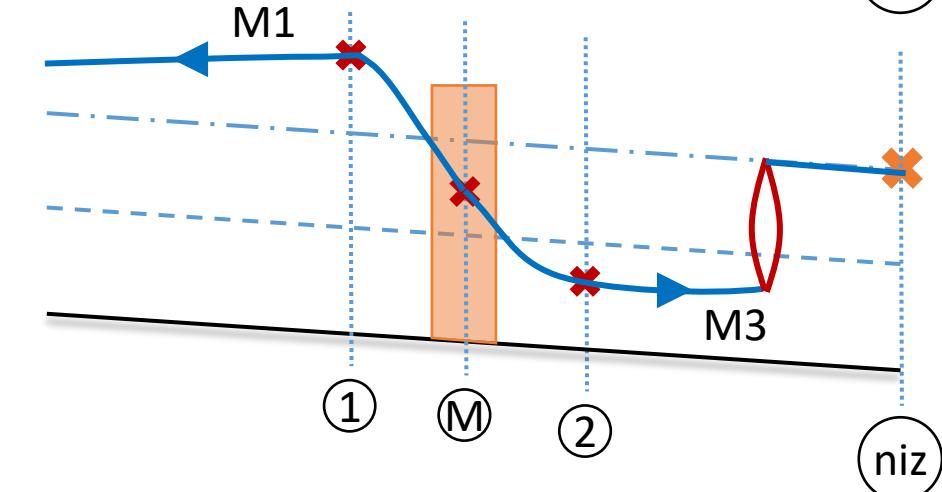
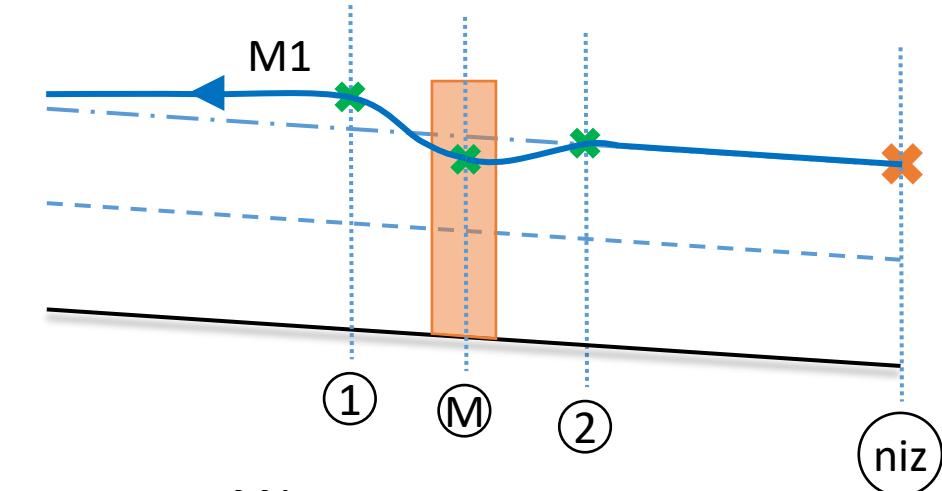
5. Korak 3

6. Korak 2

7. ...

8. Do konvergencije

n	v_1	h_1
0	0	EJ (2)
1	JK (3)	EJ (2)
2	JK (3)	EJ (2)
...

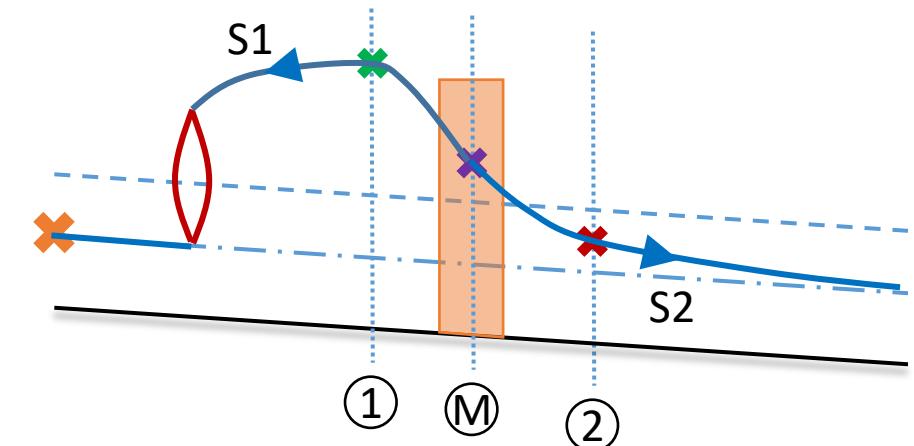


Proračun dubine i brzine uzvodno od mosta $I_D > I_{kr}$

Dva moguća slučaja:

- Znatno suženje = **NEPOTOPLJENO** tečenje, kritična dubina

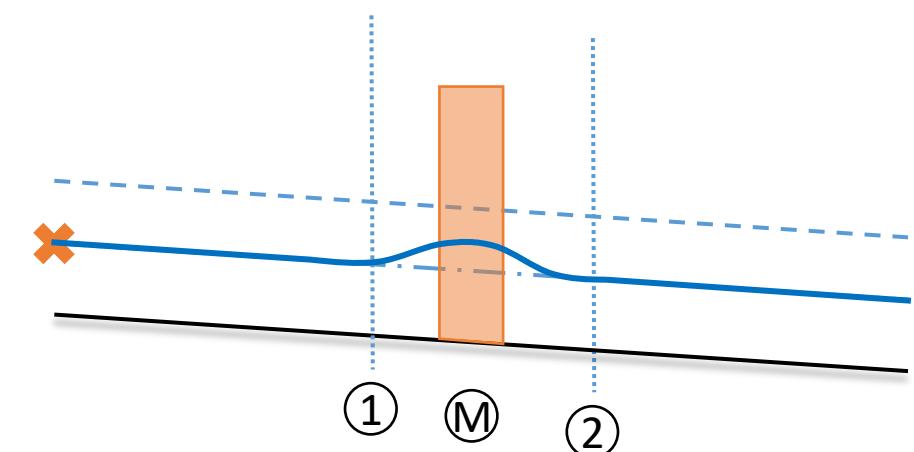
- U suženju **kritična dubina** i brzina $h_{kr,M}, v_{kr,M}$
- Moguće izračunati dubine/brzine uzvodno i nizvodno pomoću EJ i JK (iterativno)
- Uvodno **MIRAN** režim, nizvodno **BURAN**



- Blago suženje = **NEPOTOPLJENO** tečenje, dubina manja od kritične

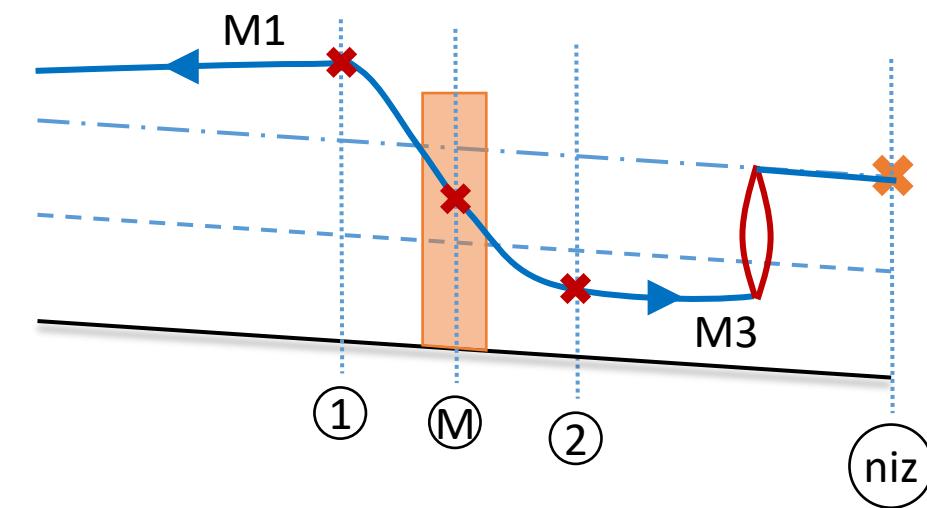
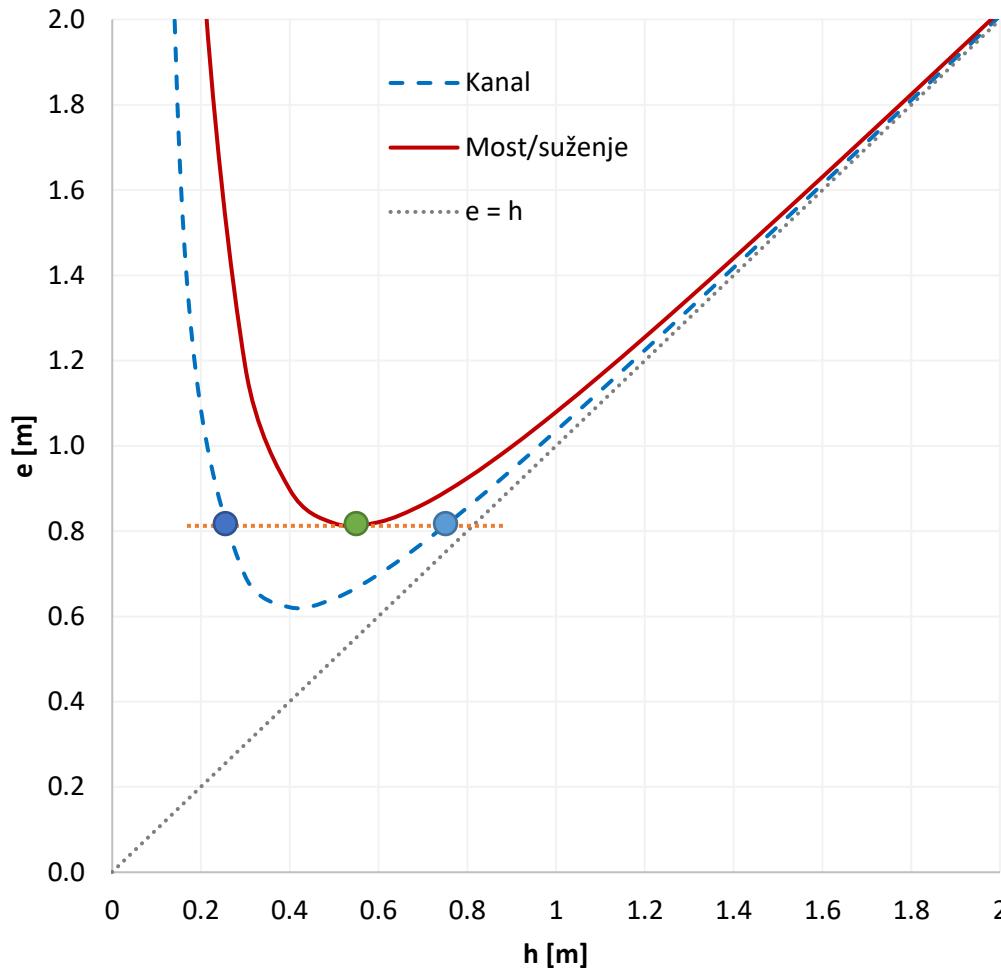
- Ne može se rešiti analitički / zanemariti ovaj slučaj
- Modelska ili numerička ispitivanja?

- Tačnost procene dubina/brzina za $I_D > I_{kr}$ niska!
- Ovaj skup slučajeva se retko sreće u praksi



Ako zanemarimo gubitke energije

Grafički postupak

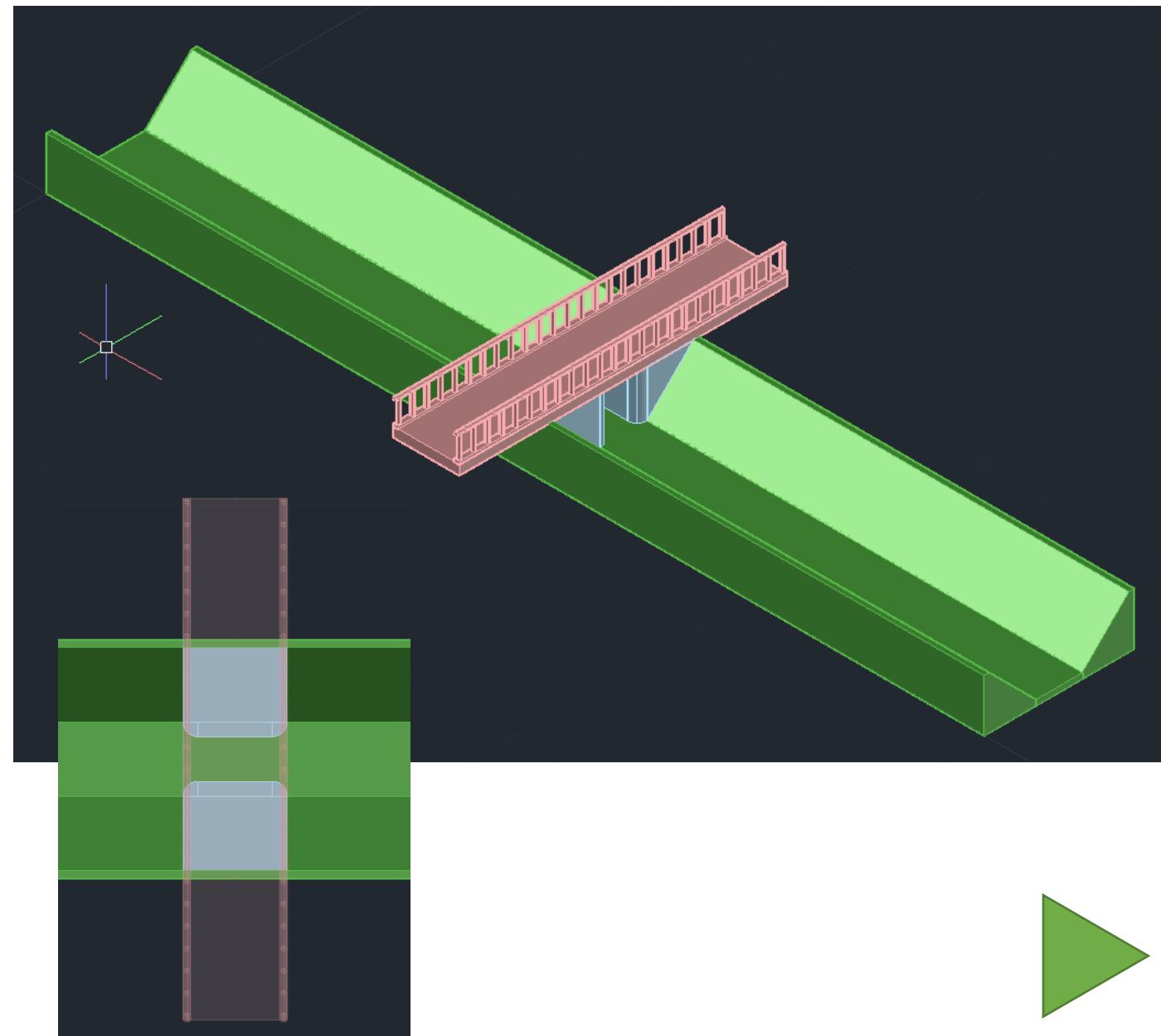


FLOW-3D primeri – trapezni kanal 1:1

Širina u dnu b	= 2 m
Protok Q	= 4 m ³ /s
Dubina uzvodno h_{uz}	= 1.3 m

1. Potopljeno tečenje u suženju, skok odbačen

Širina suženog preseka b_M	= 1.2 m
Dubina nizvodno h_{niz}	= 1.0 m



FLOW-3D primeri – trapezni kanal 1:1

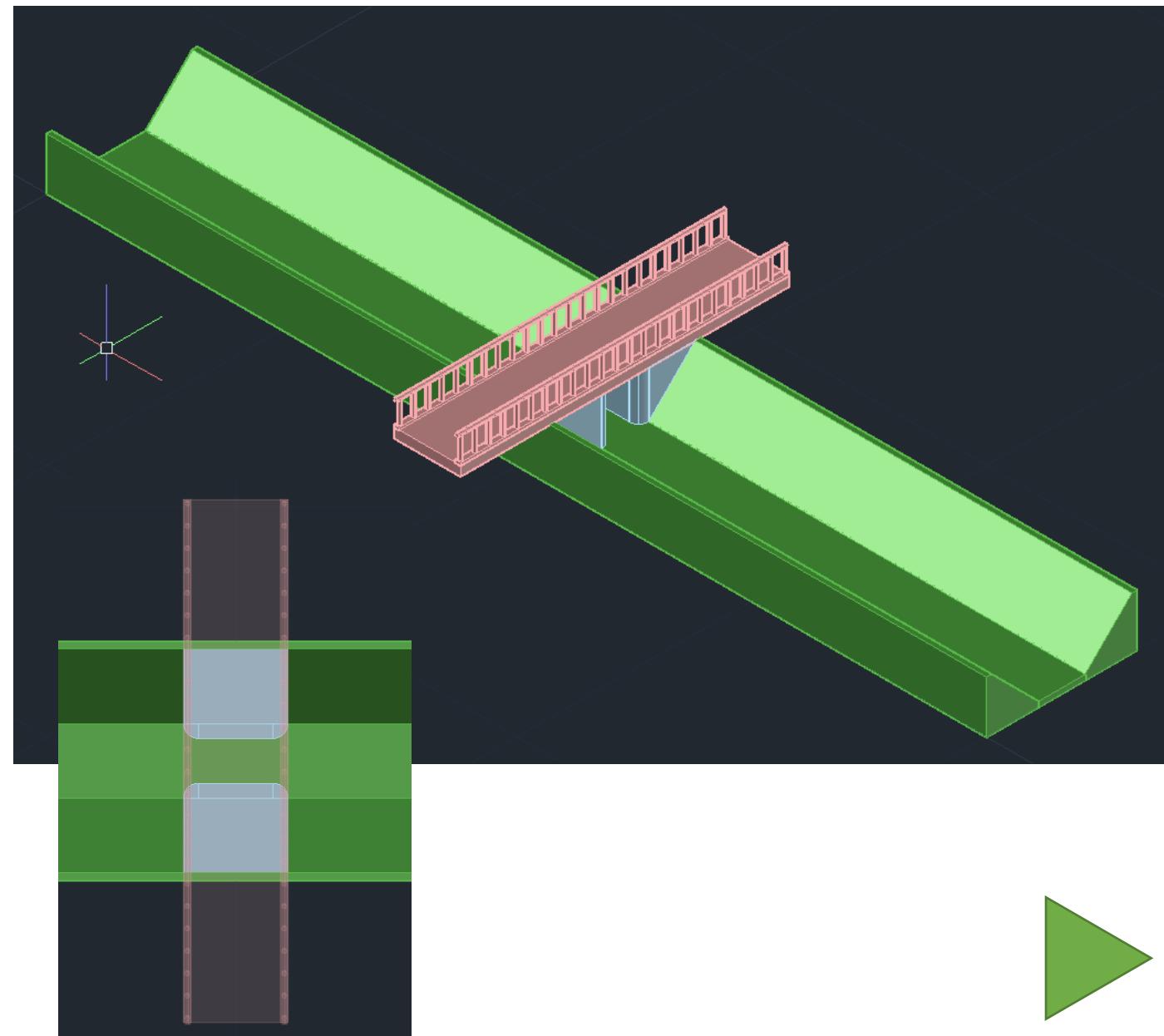
Širina u dnu b	= 2 m
Protok Q	= 4 m ³ /s
Dubina uzvodno h_{uz}	= 1.3 m

1. Potopljeno tečenje u suženju, skok odbačen

Širina suženog preseka b_M	= 1.2 m
Dubina nizvodno h_{niz}	= 1.0 m

2. Potopljeno tečenje u suženju, skok nabačen

Širina suženog preseka b_M	= 1.2 m
Dubina nizvodno h_{niz}	= 1.2 m

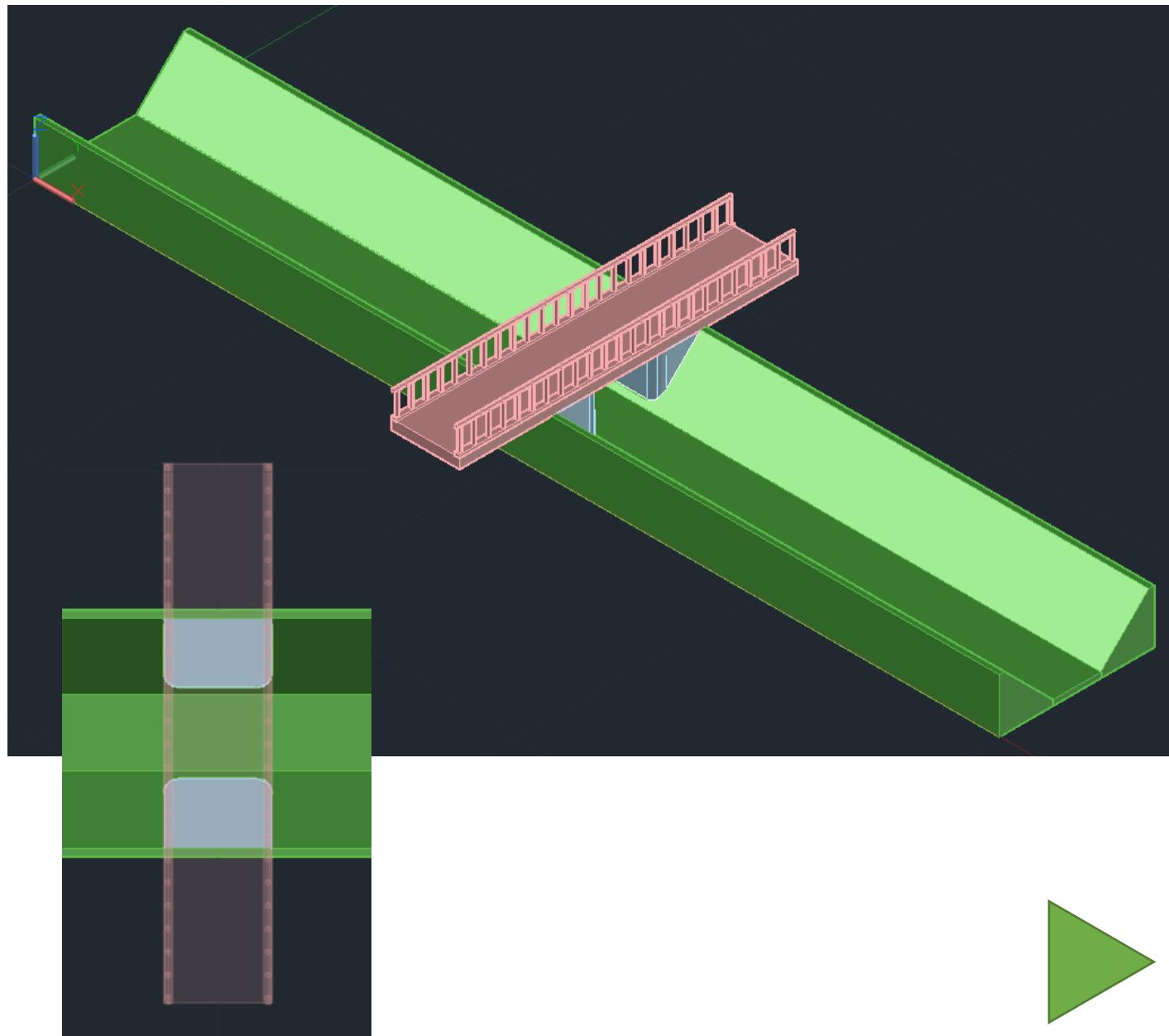


FLOW-3D primeri – trapezni kanal 1:1

Širina u dnu b	= 2 m
Protok Q	= 4 m ³ /s
Dubina uzvodno h_{uz}	= 1.3 m

1. Potopljeno tečenje u suženju, skok odbačen

Širina suženog preseka b_M	= 1.2 m
Dubina nizvodno h_{niz}	= 1.0 m



2. Potopljeno tečenje u suženju, skok nabačen

Širina suženog preseka b_M	= 1.2 m
Dubina nizvodno h_{niz}	= 1.2 m

3. Nepotopljeno tečenje u suženju

Širina suženog preseka b_M	= 2.4 m
Dubina nizvodno h_{niz}	= ??? m

