



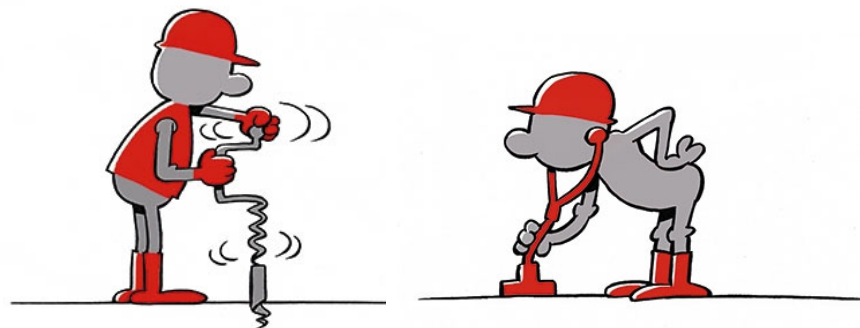
Univerzitet u Beogradu – Građevinski  
fakultet [www.grf.bg.ac.rs](http://www.grf.bg.ac.rs)

|                         |                                 |
|-------------------------|---------------------------------|
| Studijski program:      | <b>GRAĐEVINARSTVO</b>           |
| Modul:                  | <b>Zajedničke osnove</b>        |
| Godina/Semestar:        | <b>2. godina / 4. semestar</b>  |
| Naziv predmeta (šifra): | <b>MEHANIKA TLA (B3O2MT)</b>    |
| Nastavnik:              | <b>Doc. dr Miloš Marjanović</b> |
| Naslov vežbi:           | <b>KONSOLIDACIJA</b>            |
| Datum:                  | <b>1-5.4.2024.</b>              |

*Beograd, 2024.*

*Sva autorska prava autora prezentacije i/ili video snimaka su zaštićena. Snimak ili prezentacija se mogu koristiti samo za nastavu na daljinu studenta Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu u školskoj 2023/2024. i ne mogu se koristiti za druge svrhe bez pismene saglasnosti autora materijala.*

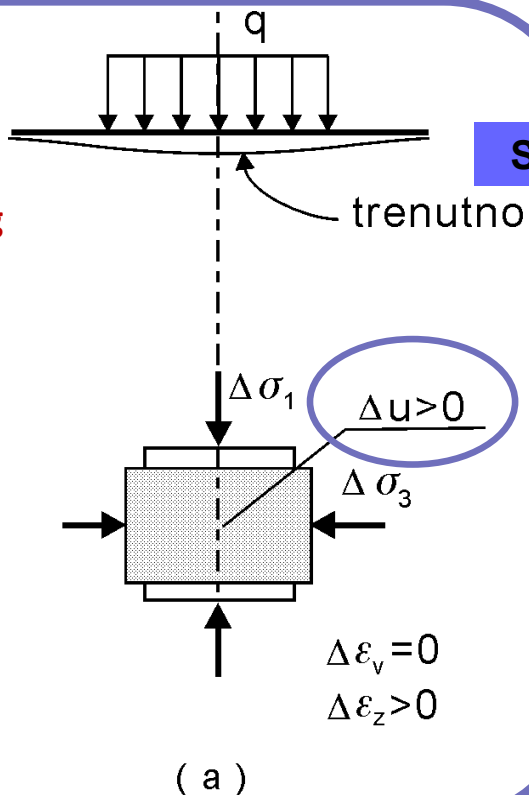
# KONSOLIDACIJA



# STIŠLJIVOST TLA – podsetnik!!!

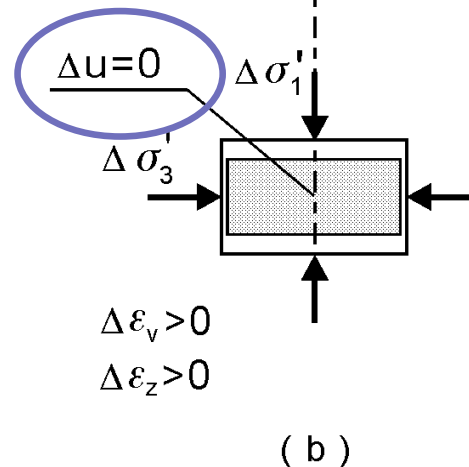
- **Stišljivost** je osobina tla da smanjuje zapreminu pri povećavanju efektivnih napona.

- **Opretemo tlo**
- **Dolazi do trenutnog sleganja usled promene oblika**
- **Nema promene zapremine**
- **Generišu se porni pritisci (porni natpritisici)**



Promena oblika

- **Tokom vremena, dolazi do opadanja pornih pritisaka**
- **Povećavaju se efektivni naponi**
- **Smanjuje se zapremina tla na račun istisnute vode iz pora**
- **Dolazi do sleganja tla kao posledice smanjenja zapremine**



Promena zapremine

## **KONSOLIDACIJA TLA - podsetnik!!!**

**Nakon opterećenja tla, tokom vremena, dolazi do:**

- **Opadanja poretnih pritisaka**
- **Povećanja efektivnih napona**
- **Smanjenja zapremine tla – sleganje tla**



**KONSOLIDACIJA TLA!!!**  
(vremenski proces)

**ZADATAK 1**

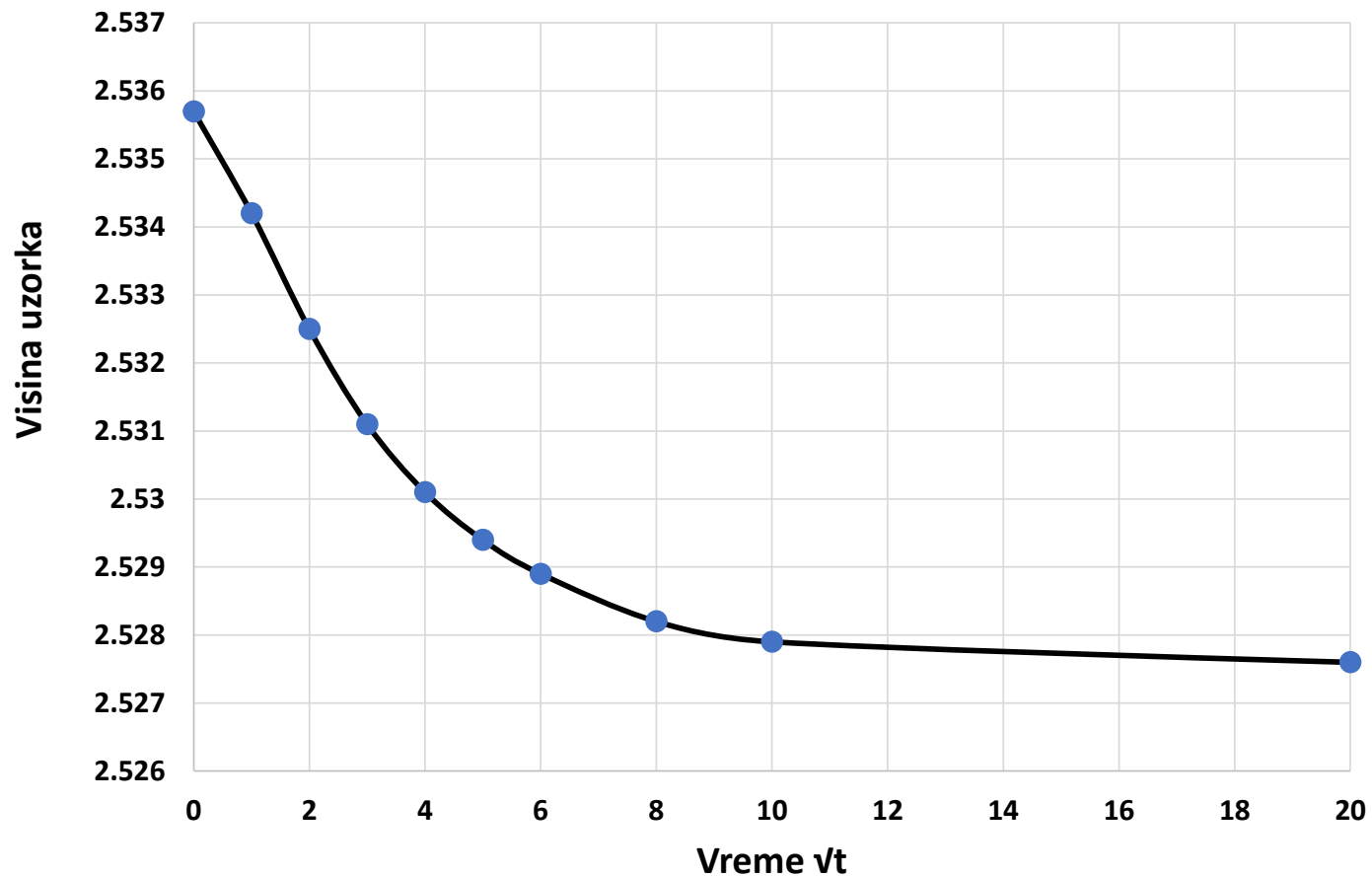
1. Odrediti koeficijent konsolidacije  $c_v$  metodom Taylor-a (metoda kvadratnog korena) i metodom Casagrande-a (metoda logaritma vremena) iz rezultata edometarskog opita za interval napona  $\sigma_n=50-100 \text{ kN/m}^2$ .

|            |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| t<br>(min) | 0      | 1      | 4      | 9      | 16     | 25     | 36     | 64     | 100    | 400    | 900    | 1440   |
| H<br>(cm)  | 2.5357 | 2.5342 | 2.5325 | 2.5311 | 2.5301 | 2.5294 | 2.5289 | 2.5282 | 2.5279 | 2.5276 | 2.5274 | 2.5273 |

- Koeficijent konsolidacije  $c_v$  određuje se **grafičkim putem** na osnovu rezultata edometarskog opita (dijagrama sleganja) za razmatrani interval napona.
- Osnovna ideja je određivanje karakterističnog vremena  $t$  za koje se postiže određeni prosečni stepen konsolidacije  $U$ .

## 1a. Metoda Taylor-a

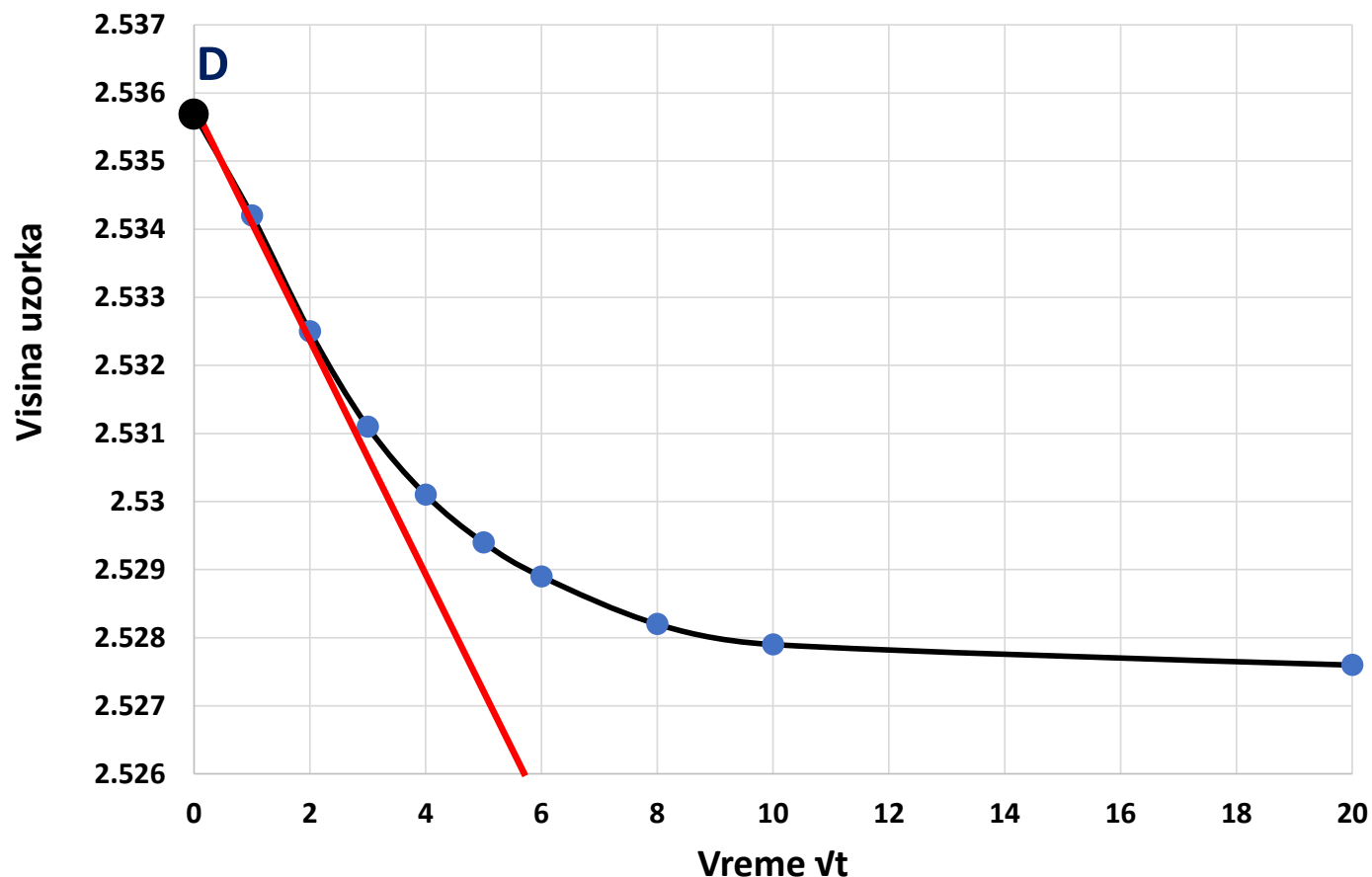
METODA TAYLOR-a



- Prvi korak je crtanje dijagrama sleganja, s tim da je vreme na apscisi dijagrama prikazano u razmeri kvadratnog korena vremena
- Kvadrati brojeva - 1, 4, 9, 16...

## 1a. Metoda Taylor-a

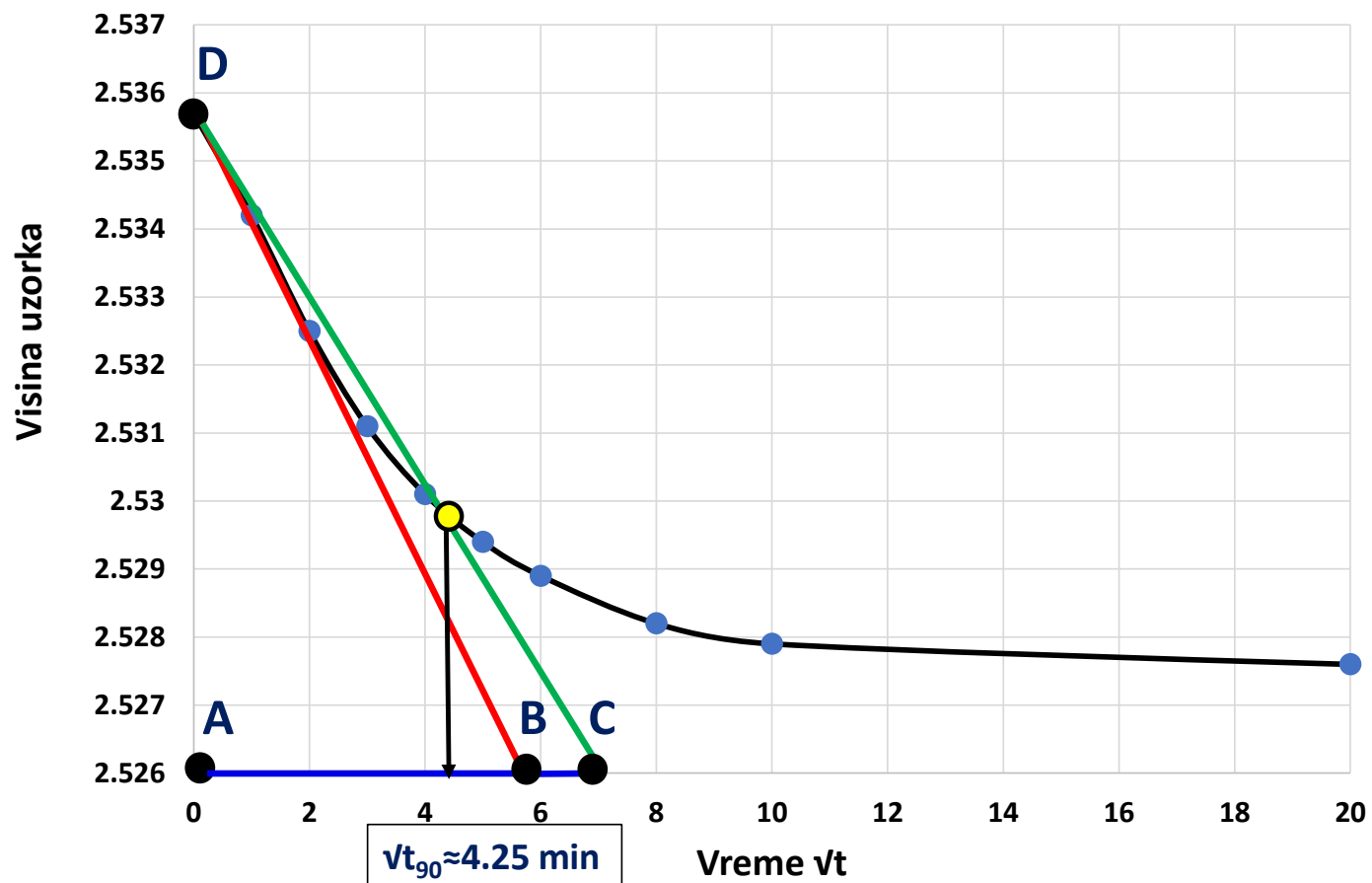
METODA TAYLOR-a



- Za ovako usvojenu razmeru na apscisi, početni oblik dijagrama je pravolinijski (jer je do 60% konsolidacije dijagram  $s(t)$  približno paraboličan).
- Sledeći korak je da pravolinijski deo dijagrama produžimo do preseka sa ordinatom (tačka D), čime se dobija početak konsolidacionog sleganja

## 1a. Metoda Taylor-a

METODA TAYLOR-a



- Sledeći korak je da liniju koja predstavlja nagib početnog dela dijagrama rotiramo tako da se nagib poveća 15%.
- Izaberemo tačku A, povučemo pravu do preseka sa prethodno povučenom linijom i dobijemo tačku B
- **$AC=1.15 \cdot AB$**
- Spojimo CD
- U preseku CD i dijagrama sleganja očitavamo vreme  $t_{90}$ , koje odgovara prosečnom stepenu konsolidacije od 90%.

$$vt_{90} \approx 4.25 \text{ min} \rightarrow t_{90} \approx 18.0 \text{ min}$$



## 1a. Metoda Taylor-a

- Proračun koeficijenta konsolidacije vršimo prema izrazu za vremenski faktor konsolidacije  $T_v$ .
- Visina dreniranja  $H_{dr}$  je polovina visine uzorka u edometarskom opitu (obostrano dreniranje).
- Kako se visina uzorka u edometru menja tokom ispitivanja, kao reprezentativnu visinu uzorka uzimamo srednju visinu tokom posmatranog intervala napona.

$$T_v = \frac{c_v \cdot t}{H_{dr}^2} \rightarrow c_v = \frac{T_v \cdot H_{dr}^2}{t}$$

$$t_{90} \rightarrow U = 90\% \rightarrow T_v = 0.848$$

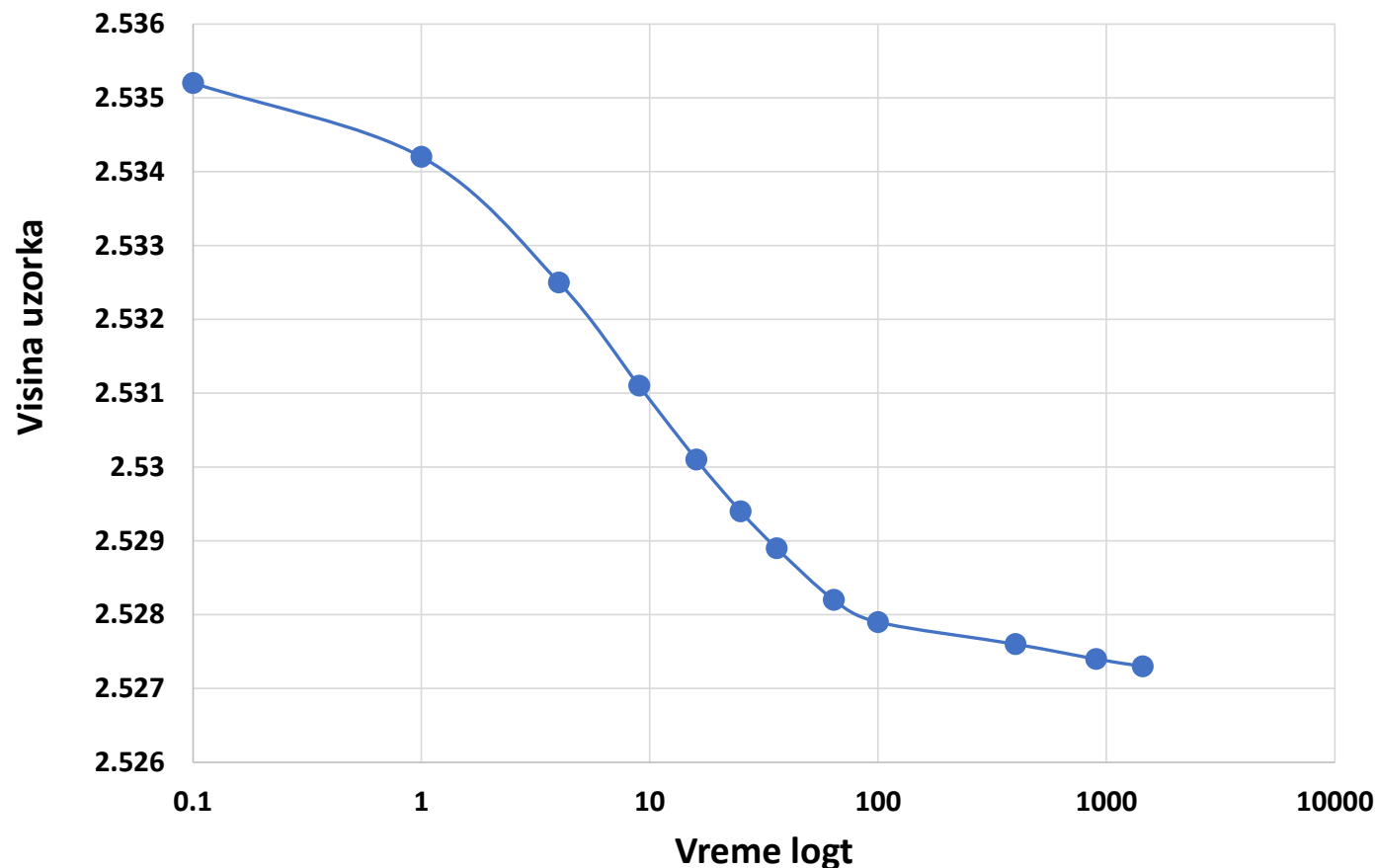
$$c_v = \frac{0.848 \cdot H_{dr}^2}{t_{90}}$$

$$H_{dr} = \frac{h_{sr}}{2} = \frac{(h_{\min} + h_{\max}) / 2}{2} = \frac{2.5273 + 2.5357}{4} = 1.26575 \text{ cm}$$

$$c_v = \frac{0.848 \cdot 1.26575^2 \cdot 10^{-4}}{18 \cdot 60} = 1.26 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 / \text{s}$$

## 1b. Metoda Casagrande-a

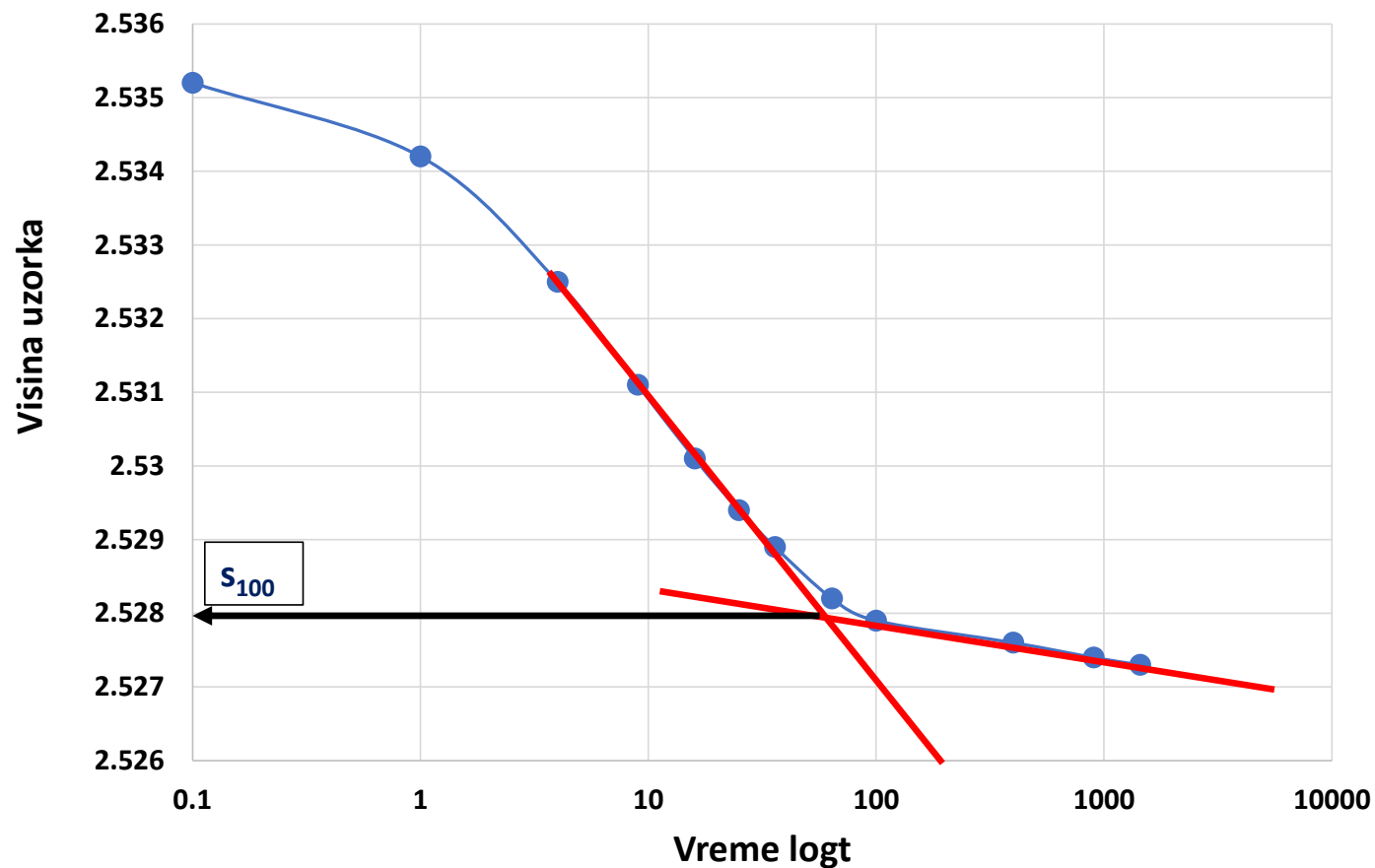
METODA CASAGRANDE-a



- Prvi korak je isti kao u prethodnom slučaju, s tim da je sada vreme na apscisi dijagrama prikazano u razmeri logaritma vremena
- Za ovako usvojenu razmeru vremena na apscisi, početni deo dijagrama ima oblik parabole, dok centralni deo dijagrama ima linearni karakter.

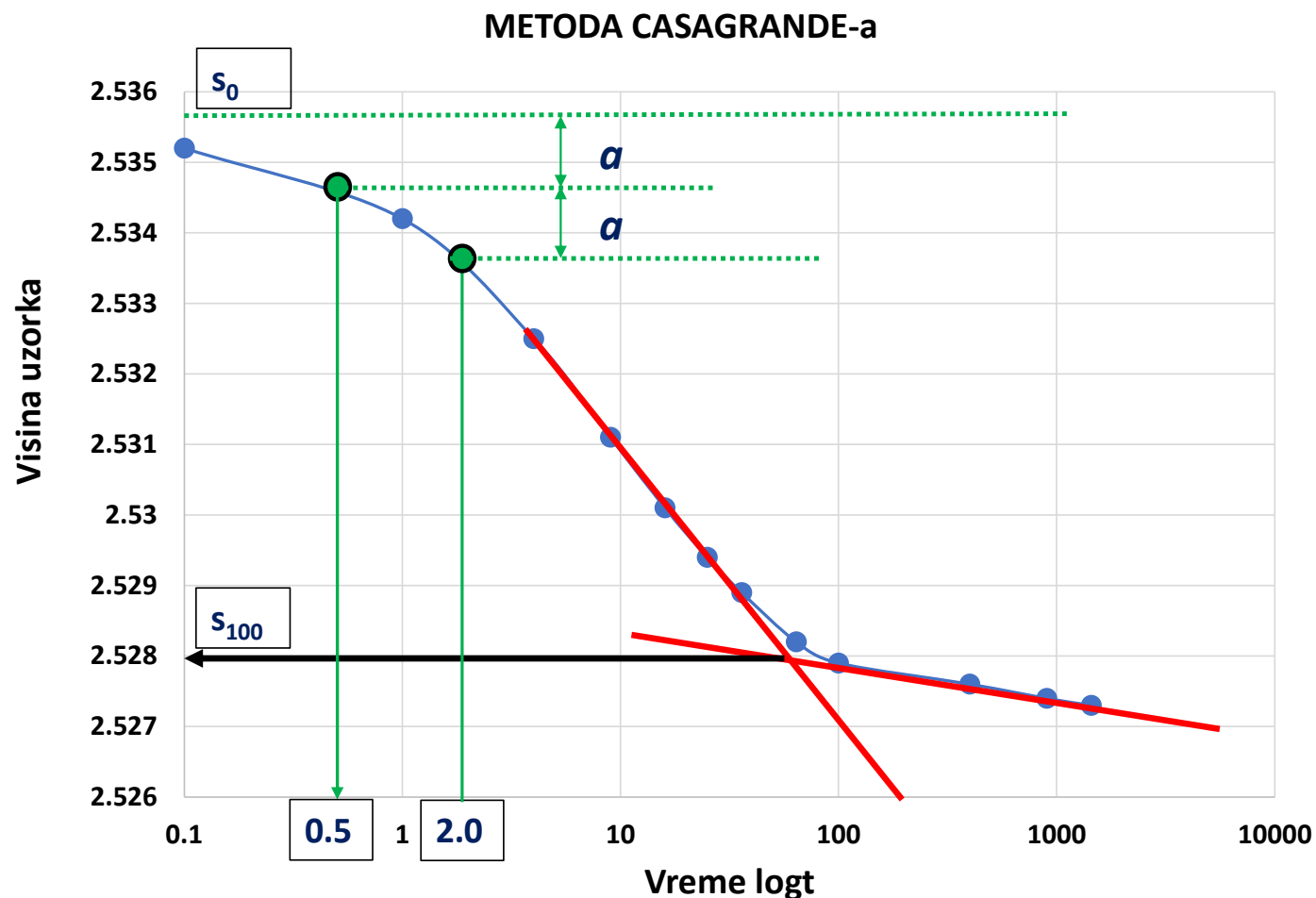
## 1b. Metoda Casagrande-a

METODA CASAGRANDE-a



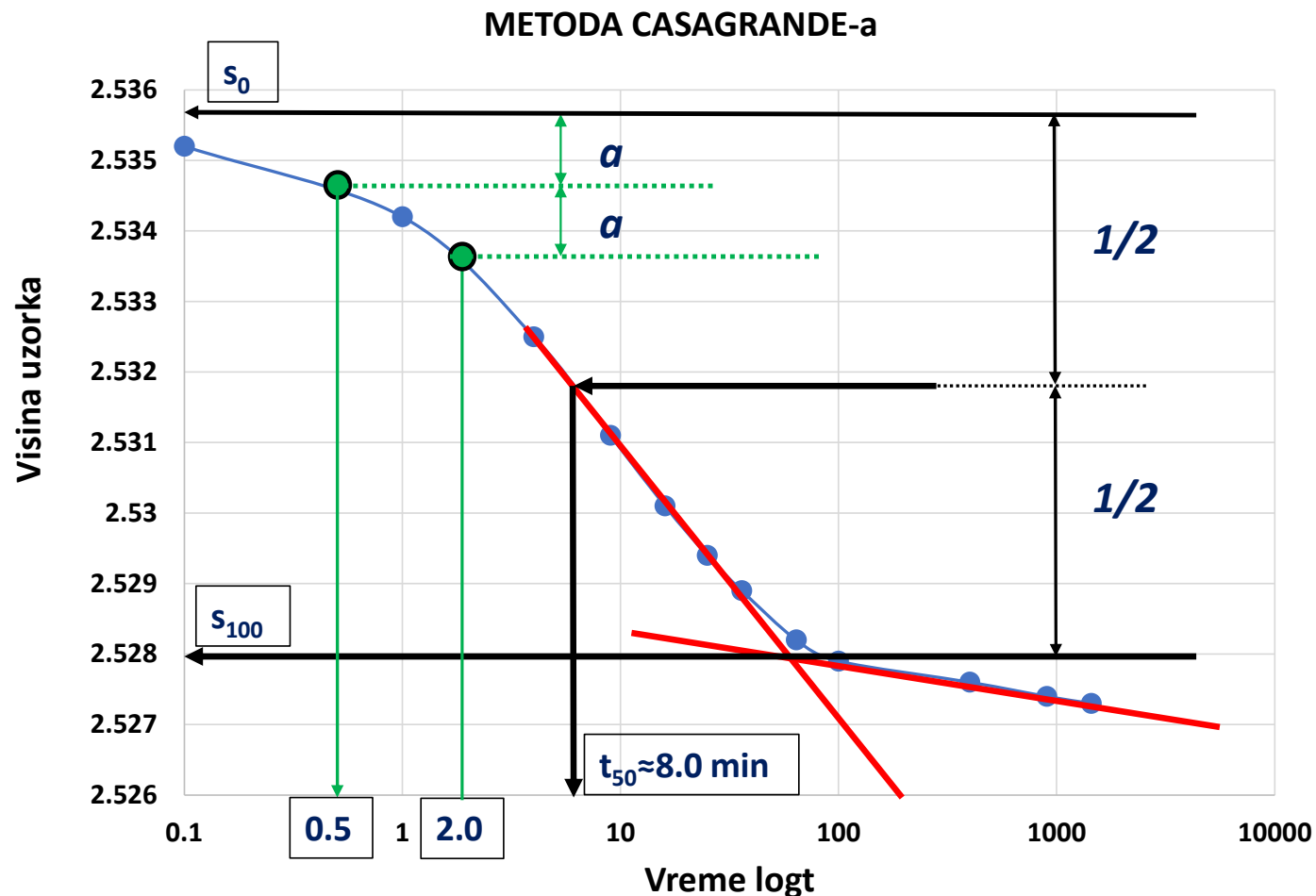
- Sledeći korak je određivanje **kraja konsolidacionog sleganja  $s_{100}$** , koji se dobija u preseku linearnog dela dijagrama i asimptote.
- Konsolidaciono sleganje (primarna konsolidacija) - kada se izvrši potpuna disipacija poreznih natpritisaka

## 1b. Metoda Casagrande-a



- Naredni korak je određivanje početka konsolidacije.
- Na početnom, paraboličnom delu dijagrama potrebno je odrediti dve tačke za koje se vreme  $t$  razlikuje 4 puta (npr. 0.5/2 min, 1/4 min, 2/8 min i sl.).
- Neophodno je da obe tačke budu na paraboličnom delu dijagrama.
- Razlika sleganja između ove dve tačke je veličina  $a$ .
- Razlika sleganja ( $a$ ) se zatim nanese uvis, kako bi se dobio početak konsolidacionog sleganja.

## 1b. Metoda Casagrande-a



- Kako je sada poznata ukupna veličina konsolidacionog sleganja, sledeći korak je određivanje vremena  $t_{50}$ , koje odgovara prosečnom stepenu konsolidacije  $U=50\%$ .
- Ovo vreme odgovara sleganju na sredini intervala između  $s_0$  i  $s_{100}$  i grafički se očitava sa dijagrama.

$t_{50} \approx 8.0$  min

## 1b. Metoda Casagrande-a

- Nakon što je poznato vreme  $t_{50}$ , proračun koeficijenta konsolidacije vrši se prema istom postupku kao u prethodnom delu, uz odgovarajuće vrednosti vremenskog faktora  $T_v$ .
- Visina dreniranja je ista kao u prethodnom delu.

$$t_{50} \rightarrow U = 50\% \rightarrow T_v = 0.197$$

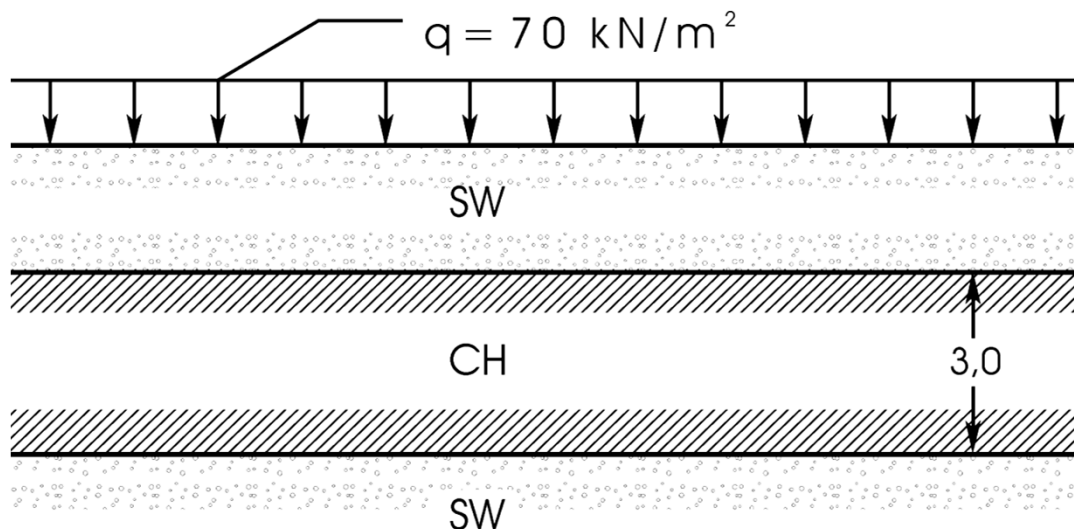
$$H_{dr} = 1.26575 \text{ cm}$$

$$c_v = \frac{0.197 \cdot H_{dr}^2}{t_{50}} = \frac{0.197 \cdot 1.26575^2 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 60} = 6.58 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2 / \text{ s}$$

- Vidimo da se vrednosti razlikuju, i to je posledica tačnosti grafičkog očitavanja vrednosti sa dijagrama

**ZADATAK 2**

2. Širok temelj prema skici, opterećuje sloj gline debljine 3.0 m koji leži između dva sloja peska. Nakon završetka građenja priraštaj vertikalnog napona u sredini sloja gline iznosi  $\Delta\sigma_z = q = 70 \text{ kN/m}^2$ .
- a) Odrediti vreme za koje će se izvršiti 50% konsolidacije sloja gline kao i sleganje pri 50% konsolidacije uz pretpostavku da je opterećenje naneto odjednom (u zanemarljivo kratkom vremenu).
- b) Odrediti vreme (mereno od početka građenja) za koje će se izvršiti 90 % konsolidacije sloja gline i sleganje nakon 6 meseci od početka građenja uz pretpostavku da opterećenje raste linearno u vremenu od 0 do  $t_g = 12$  meseci i zatim ostaje konstantno.



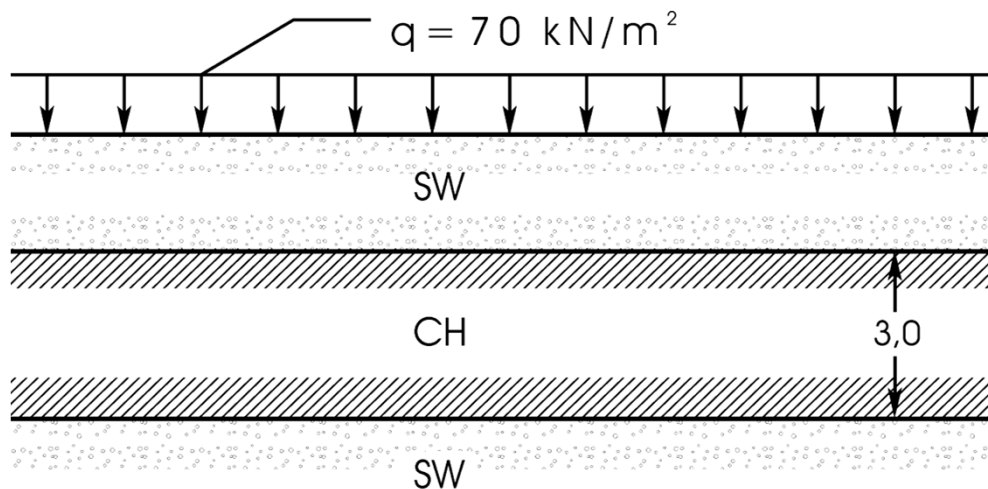
Parametri tla:

koeficijent konsolidacije  $c_v = 7.5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{sec}$

koeficijent vodopropusnosti  $k = 1.5 \cdot 10^{-8} \text{ cm/sec}$

**ZADATAK 2a**

- Proračun konsolidacionog sleganja za slučaj kada je opterećenje naneto odjednom vrši se prema formulama koje opisuju Terzagijevu teoriju jednodimenzionone konsolidacije.
- Iz rasporeda slojeva dobijamo da je visina dreniranja  $H_{dr}$  jednaka polovini debljine sloja gline CH (vodopropusni pesak SW je sa gornje i donje strane sloja gline).



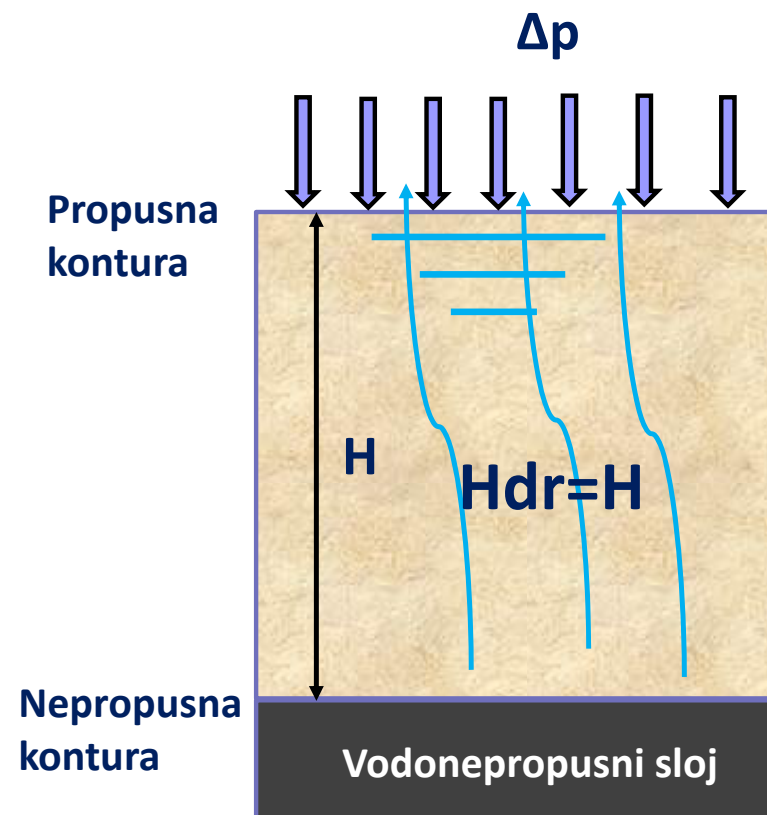
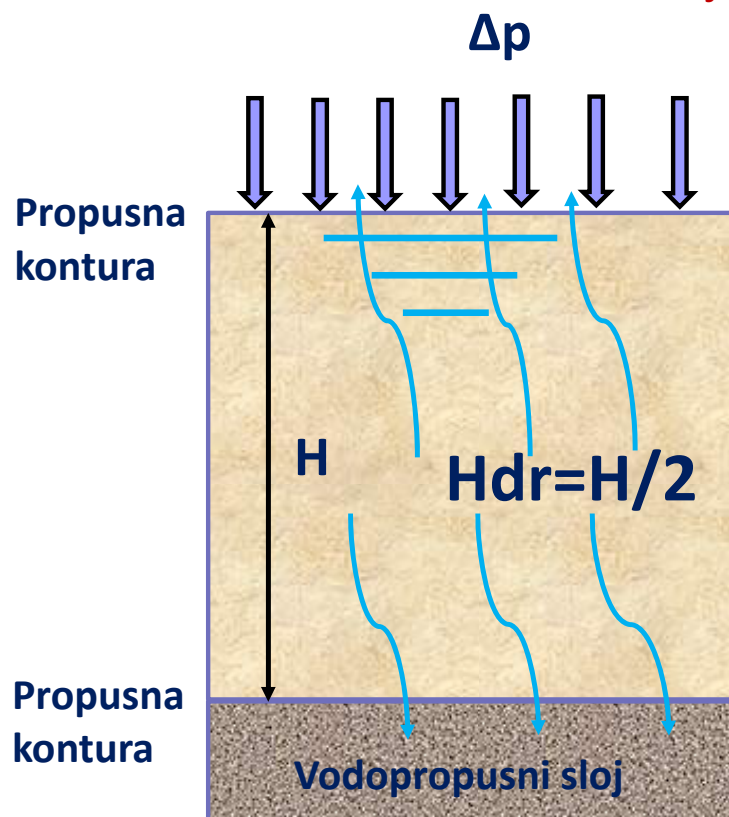
$$H_{dr} = H/2 = 3/2 = 1.5 \text{ m}$$



# KONSOLIDACIJA

VISINA DRENIRANJA:

Pretpostavka - proces filtracije se odvija isključivo u pravcu upravno na sloj



## ZADATAK 2a

- Proračun **vremena za koje će se izvršiti 50% konsolidacije ( $t_{50}$ )** vrši se za poznatu vrednost prosečnog stepena konsolidacije:

$$U = 50\% \rightarrow T_v = 0.197$$

$$H_{dr} = \frac{D_{CH}}{2} = 1.50m = 150cm$$

$$T_v = \frac{c_v \cdot t}{H_{dr}^2} \rightarrow t = \frac{T_v \cdot H_{dr}^2}{c_v}$$

$$t_{50} = \frac{0.197 \cdot 150^2}{7.5 \cdot 10^{-4}} = 5910000s = 68.4dana$$

## ZADATAK 2a

- **Sleganje koje odgovara prosečnom stepenu konsolidacije od 50%** jednako je polovini ukupnog konsolidacionog sleganja:

$$s(t) = U(t) \cdot s_{100} = 0.5 \cdot s_{100}$$

- Ukupno konsolidaciono sleganje jednako je integralu odgovarajućih komponentalnih deformacija u trenutku  $t \rightarrow \infty$ .
- S obzirom na pretpostavku Tercagijeve teorije o sprečenim bočnim deformacijama (jednodimenziona konsolidacija), sleganje je posledica isključivo specifične vertikalne deformacije tla.
- U trenutku  $t \rightarrow \infty$ , ove deformacije možemo sračunati preko parametara stišljivosti tla u edometarskom opitu.

$$s_c(t \rightarrow \infty) = \int_0^{D_{CH}} \Delta \varepsilon_z(t \rightarrow \infty) dz$$

$$M_v = \frac{\Delta \sigma_z'}{\Delta \varepsilon_z}(t \rightarrow \infty) \rightarrow \Delta \varepsilon_z(t \rightarrow \infty) = \frac{\Delta \sigma_z'}{M_v}$$

$$s_c(t \rightarrow \infty) = \int_0^{D_{CH}} \Delta \varepsilon_z(t \rightarrow \infty) dz = \int_0^{D_{CH}} \frac{\Delta \sigma_z'}{M_v} dz$$

$$s_c(t \rightarrow \infty) = \frac{\Delta \sigma_z'}{M_v} \int_0^{D_{CH}} dz = \frac{\Delta \sigma_z'}{M_v} D_{CH} = \frac{\Delta q}{M_v} D_{CH}$$

$$s_{100} = \frac{\Delta q}{M_v} D_{CH}$$

## ZADATAK 2a

- U ovom zadatku, karakteristični parametar stišljivosti tla je modul stišljivosti tla  $M_v$ , koji možemo odrediti iz veze koeficijenta konsolidacije  $c_v$  i koeficijenta vodopropustljivosti tla  $k$ .

$$c_v = \frac{kM_v}{\gamma_w} \rightarrow M_v = \frac{c_v \gamma_w}{k} = \frac{7.5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4} \cdot 9.807}{1.5 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-2}} = 4903.5 \text{ kN} / \text{m}^2$$

- Ukupno konsolidaciono sleganje:

$$s_{100} = \frac{\Delta q}{M_v} D_{CH} = \frac{70}{4903.5} 3.0 = 0.04283 \text{ m} = 4.28 \text{ cm}$$

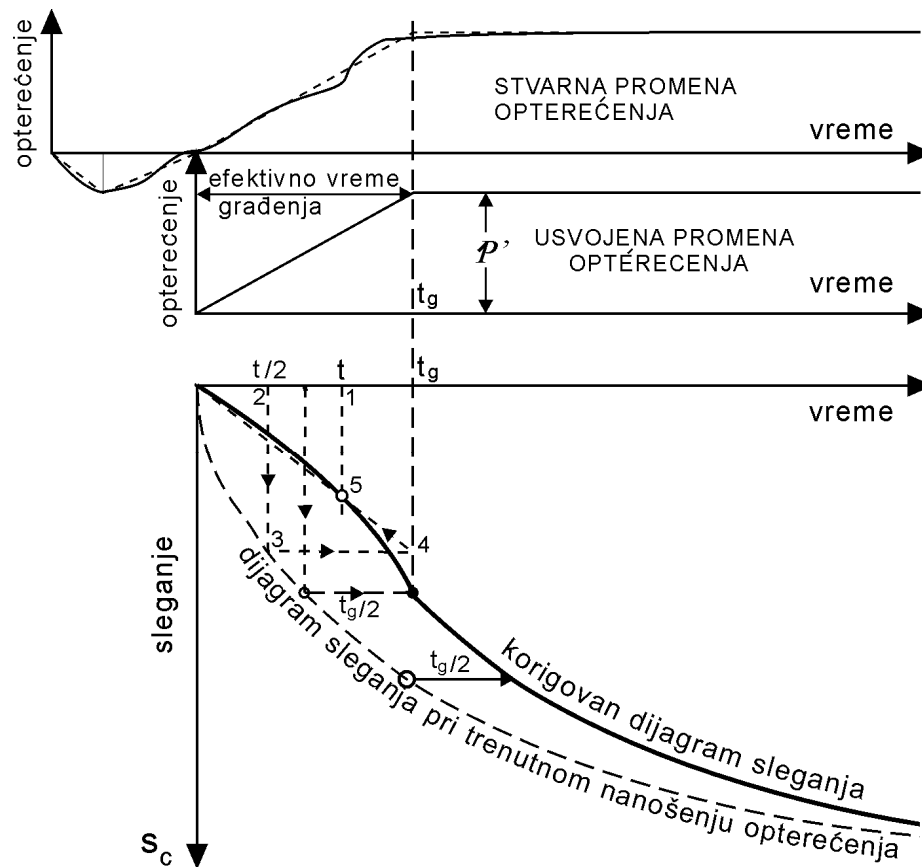
- Sleganje koje odgovara prosečnom stepenu konsolidacije od 50% jednako je polovini ukupnog konsolidacionog sleganja:

$$s_{50} = 0.5 \cdot 4.28 = \underline{\underline{2.14 \text{ cm}}}$$

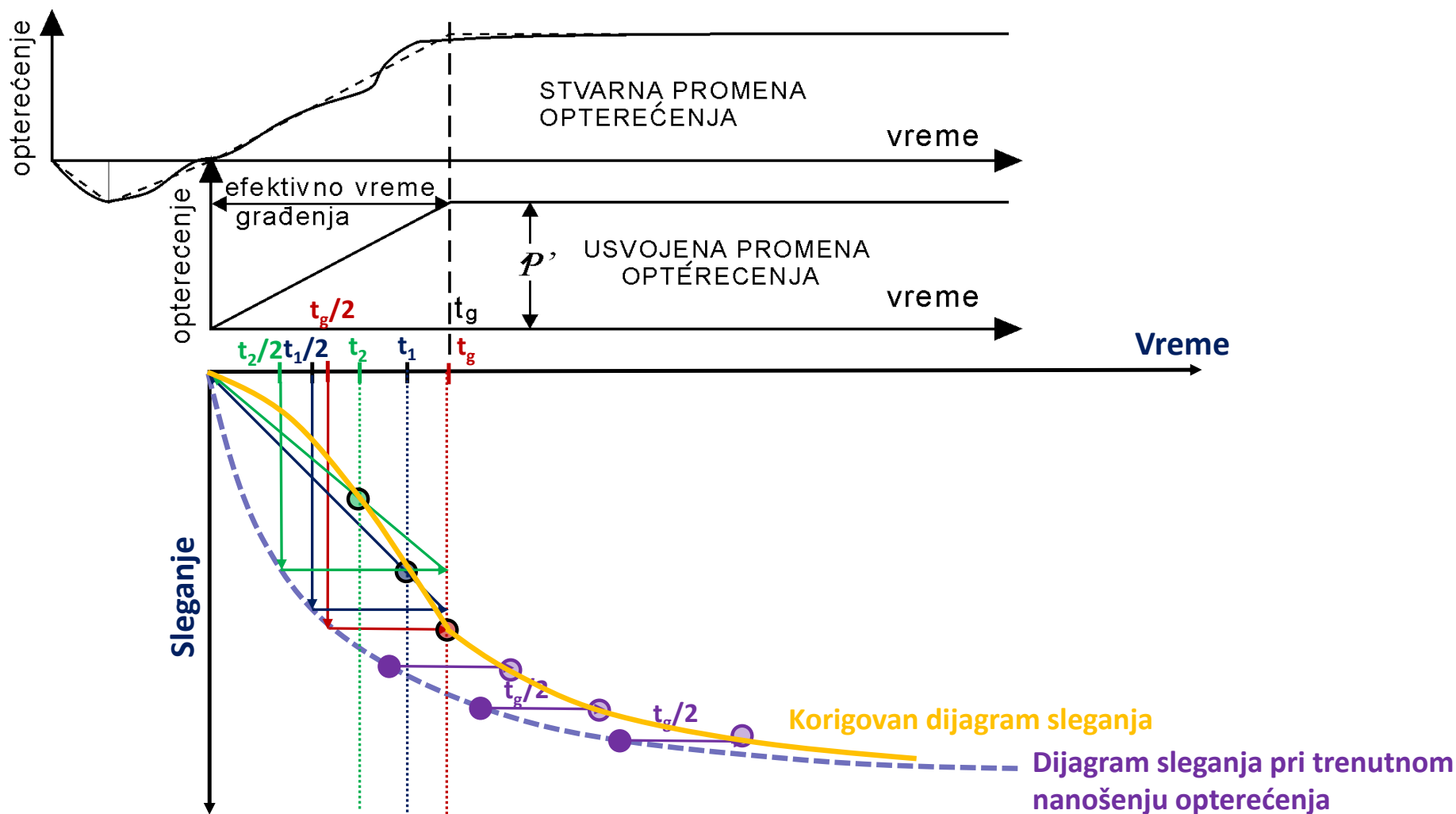
**ZADATAK 2b**

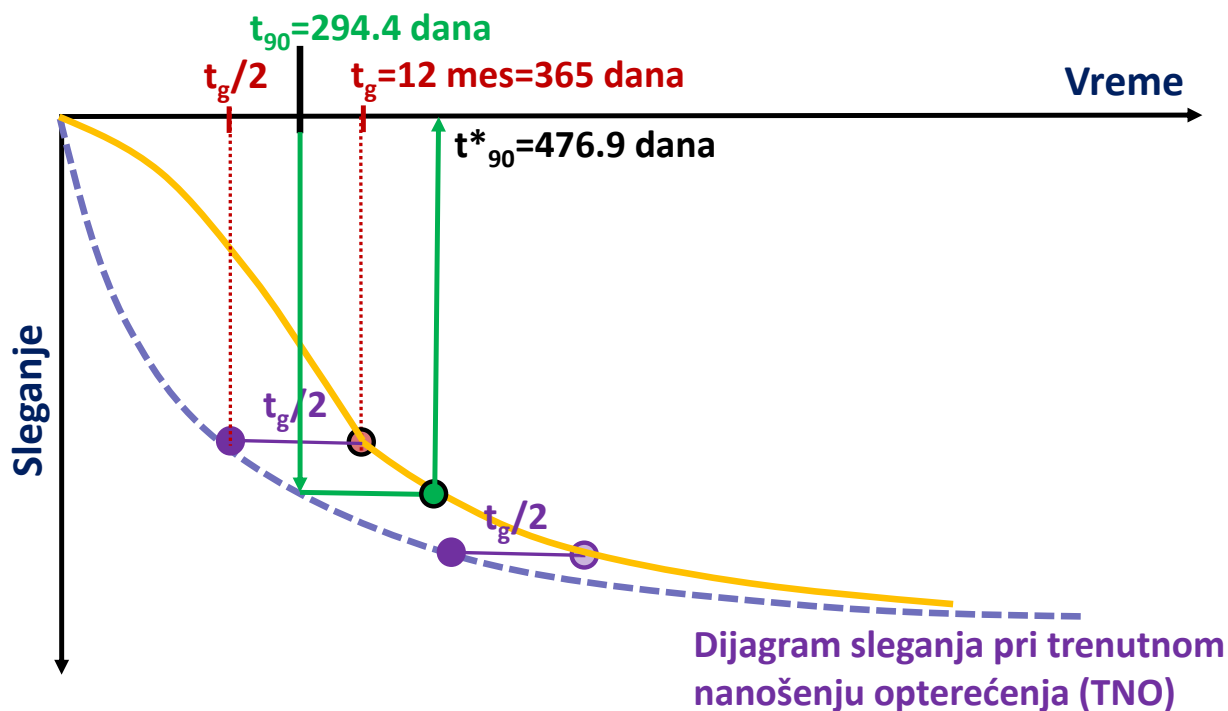
b) Odrediti vreme (mereno od početka građenja) za koje će se izvršiti 90 % konsolidacije sloja gline i sleganje nakon 6 meseci od početka građenja uz pretpostavku da opterećenje raste linearno u vremenu od 0 do  $t_g=12$  meseci i zatim ostaje konstantno.

- Ukoliko opterećenje na tlo **nije naneto odjednom** (što je realni slučaj u praksi), tada se za proračun konsolidacionog sleganja koristi grafički postupak, kojim se dijagram sleganja pod pretpostavkom da je opterećenje naneto odjednom (pri trenutnom nanošenju opterećenja) **koriguje**.
- Pri postepenom nanošenju opterećenja proces konsolidacije je sporiji nego u slučaju trenutnog nanošenja opterećenja. Nakon što je završena izgradnja (tj. nakon što je naneto celokupno opterećenje), korigovani dijagram menja oblik i teži istoj asimptotskoj vrednosti konsolidacionog sleganja kao u slučaju kada je opterećenje naneto odjednom



## KOREKCIJA PRI POSTEPENOM NANOŠENJU OPTEREĆENJA



**ZADATAK 2b** - vreme (mereno od početka građenja) za koje će se izvršiti 90 % konsolidacije sloja gline

- Koristimo Terzagijevi teoriju konsolidacije i računamo vreme  $t_{90}$ :

$$U = 90\% \rightarrow T_v = 0.848$$

$$H_{dr} = 150\text{cm}$$

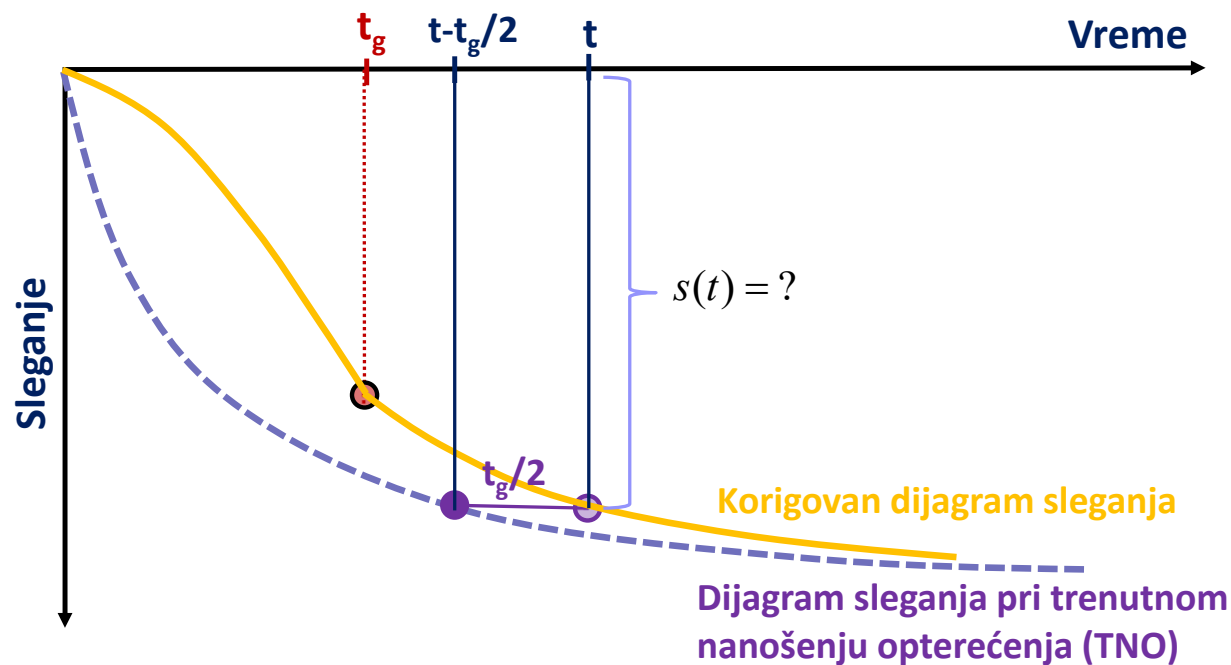
$$T_v = \frac{c_v \cdot t}{H_{dr}^2} \rightarrow t = \frac{T_v \cdot H_{dr}^2}{c_v}$$

$$t_{90} = \frac{0.848 \cdot 150^2}{7.5 \cdot 10^{-4}} = 25440000\text{s} = 294.4\text{dana}$$

- S obzirom da je pri postepenom nanošenju opterećenja drugi deo teorijskog dijagrama sleganja transliran za  $t_g/2$ , tada će vreme  $t_{90}^*$  biti jednako vremenu  $t_{90}$ , uvećano za  $t_g/2$ :

$$t_{90}^* = t_{90} + \frac{t_g}{2} = 294.4 + \frac{365}{2} = 476.9\text{dana}$$

**ZADATAK 2b** – sleganje u vremenu  $t$   $s(t) = ?$   $t > t_g$



- Opšti izraz:

$$s(t) = U(t) \cdot s_{100}$$

- Odnosno:

$$s_{TNO}(t) = U(T_v) \cdot s_{100}$$

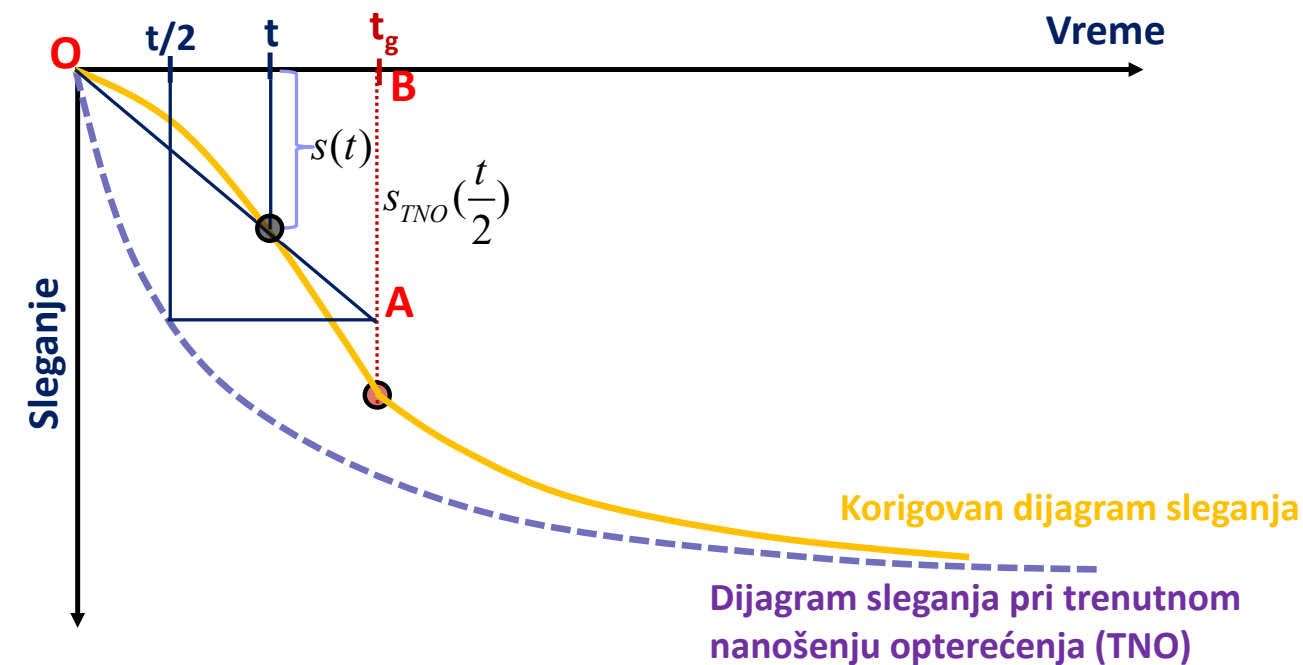
Važi samo za trenutno nanošenje opterećenja

- Vratimo se na dijagram TNO i tražimo prosečan stepen konsolidacije u vremenu  $t - t_g/2$ :

$$s(t) = s_{100} \cdot U\left(t - \frac{t_g}{2}\right) \quad t > t_g$$



**ZADATAK 2b** - sleganje u vremenu  $t$   $s(t) = ?$   $t < t_g$



- **Opšti izraz:**

$$s(t) = U(t) \cdot s_{100}$$

- **Odnosno:**

$$s_{TNO}(t) = U(T_v) \cdot s_{100}$$

Važi samo za trenutno nanošenje opterećenja

- **Posmatramo trougao OAB:**

$$AB = s_{TNO}\left(\frac{t}{2}\right)$$

$$s_{TNO}\left(\frac{t}{2}\right) : s(t) = t_g : t$$

$$s(t) = s_{TNO}\left(\frac{t}{2}\right) \cdot \frac{t}{t_g}$$

$$s(t) = s_{100} \cdot U\left(\frac{t}{2}\right) \cdot \frac{t}{t_g} \quad t < t_g$$

**ZADATAK 2b****POSTUPAK PRORAČUNA SLEGANJA  $s(t)$**  $t > t_g :$ **1.**

$$T_v = \frac{c_v \left( t - \frac{t_g}{2} \right)}{H_{dr}^2}$$

**2.**

$$T_v \leq 0.287 \quad U\left(t - \frac{t_g}{2}\right) = \sqrt{\frac{4T_v}{\pi}}$$

$$T_v > 0.287 \quad U\left(t - \frac{t_g}{2}\right) = 1 - 10^{-(T_v + 0.085)/0.933}$$

**3.**

$$s(t) = s_c(t \rightarrow \infty) \cdot U\left(t - \frac{t_g}{2}\right)$$

 $t < t_g :$ **1.**

$$T_v = \frac{c_v \left( \frac{t}{2} \right)}{H_{dr}^2}$$

**2.**

$$T_v \leq 0.287 \quad U\left(\frac{t}{2}\right) = \sqrt{\frac{4T_v}{\pi}}$$

$$T_v > 0.287 \quad U\left(\frac{t}{2}\right) = 1 - 10^{-(T_v + 0.085)/0.933}$$

**3.**

$$s(t) = s_c(t \rightarrow \infty) \cdot U\left(\frac{t}{2}\right) \cdot \frac{t}{t_g}$$

**ZADATAK 2b** - sleganje nakon 6 meseci od početka građenja uz pretpostavku da opterećenje raste linearno u vremenu od 0 do  $t_g=12$  meseci i zatim ostaje konstantno.

$$t^* = 6m < t_g \rightarrow s^*(t) = s_{100} \cdot U\left(\frac{t^*}{2}\right) \cdot \frac{t^*}{t_g}$$

$$s^*(6m) = s_{100} \cdot U\left(\frac{6m}{2}\right) \cdot \frac{6m}{12m}$$

$$s^*(6m) = s_{100} \cdot U(3m) \cdot \frac{1}{2}$$

$$s_{100} = \frac{\Delta q}{M_v} D_{CH} = \frac{70}{4903.5} 3.0 = 0.04283m = 4.28cm$$

1.

$$t = 3m = 3 \cdot 30 \cdot 86400 = 7776000s$$

$$T_v = \frac{c_v \cdot t}{H_{dr}^2} = \frac{7.5 \cdot 10^{-4} \cdot 7776000}{150^2} = 0.2592$$

2.

$$T_v = 0.2592 < 0.287 \rightarrow U < 60\% \rightarrow T_v = (\pi/4)U^2$$

$$T_v = (\pi/4)U^2 \Leftrightarrow U = \sqrt{\frac{4T_v}{\pi}}$$

$$U = \sqrt{\frac{4 \cdot 0.2592}{\pi}} = 0.5745 < 60\%$$

3.

$$s^*(6m) = s_{100} \cdot U(3m) \cdot \frac{1}{2} = 4.28 \cdot 0.5745 \cdot 0.5 = 1.23cm$$

$$s^*(6m) = 1.23cm$$

