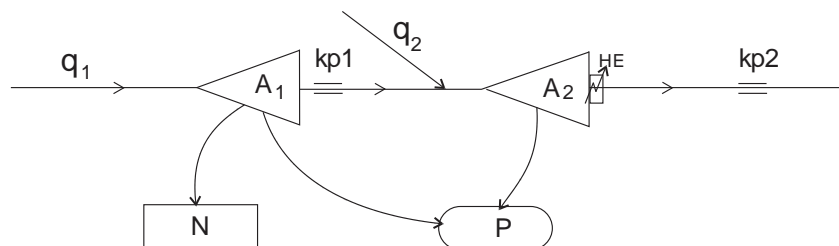


ZADATAK 1. Razmatra se vodoprivredni sistem prikazan na skici.



Iz akumulacije A_1 (korisne zapremine $W_{A1} = 6 \cdot 10^6 \text{ m}^3$) snabdeva se vodom naselje (N) od 130000 stanovnika, sa specifičnom potrošnjom 380 l/standan i koeficijentima neravnomernosti potrošnje (k_m) datim u tabeli, kao i 650 ha površine poljoprivrednog dobra (P). Zahteva se da proticaj nizvodno od akumulacije A_1 ne bude manji od $0,25 \text{ m}^3/\text{s}$. Nizvodno od akumulacije A_1 planira se izgradnja akumulacije A_2 koja će služiti za navodnjavanje 2000 ha površine poljoprivrednog dobra (P). Uz branu akumulacije A_2 planira se pribranska hidroelektrana instalisanog protoka $4,5 \text{ m}^3/\text{s}$, koja će raditi tokom I, II, III, XI i XII meseca 6 časova dnevno. Nizvodno od akumulacije A_2 se zahteva da proticaj (u svakom trenutku) ne bude manji od $0,3 \text{ m}^3/\text{s}$. Merodavne vrednosti dotoka q_1 i q_2 kao i vrednosti hidromodula za navodnjavanu površinu poljoprivrednog dobra (P) za dimenzionisanje akumulacije A_2 date su u tabeli.

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$q_1 [\text{m}^3/\text{s}]$	0.69	0.58	0.73	1.21	1.77	1.42	1.03	1.18	1.78	1.11	0.93	0.57
$q_2 [\text{m}^3/\text{s}]$	0.53	0.51	0.72	1.25	1.58	0.83	0.89	1.09	1.10	0.84	0.87	0.83
k_m	0.80	0.80	0.90	1.00	1.05	1.10	1.20	1.20	1.10	1.00	0.95	0.90
$n_m [\text{m}^3/\text{ha mes}]$	0	0	0	0	460	1830	2500	1550	700	0	0	0

Pretpostaviti da na početku vremenskog horizonta analize u akumulaciji A_1 ima vode čija je zapremina jednaka $5 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.

- 1) Odrediti ukupna preliivanja iz akumulacije A_1 .
- 2) Odrediti korisnu zapreminu akumulacije A_2 i najmanju potrebnu zapreminu iste akumulacije na početku analiziranog perioda tako da svi korisnici budu zadovoljeni.
- 3) Za koliko će se promeniti korisna zapremina akumulacije A_2 ukoliko se nizvodno od ove akumulacije izgradi kompenzacioni bazen koji ima ulogu da u periodima dana kada HE ne radi obezbedi zadovoljenje uslova vezanog za garantovani protok nizvodne deonice.
- 4) Odrediti potrebnu zapreminu kompenzacionog bazena.

ZADATAK 2. Analizira se isporuka vode iz akumulacije A_1 opisane u prvom zadatku u mesecu junu, u danu kada je onemogućen transport korisniku P iz akumulacije A_2 . Naselju N potrebe za vodom su za 20% veće od prosečnih dnevnih potreba u razmatranom mesecu. Naselju je neophodno isporučiti 80% od zahtevanih količina vode. Troškovi transporta vode do naselja iznose 1 NJ/m³, dok troškovi transporta do korisnika P iznose 1.3 NJ/m³. Korisnici plaćaju za isporučenu količinu vode 5 NJ/m³.

U akumulaciji je u razmatranom danu, pored dotoka u akumulaciju (zadatak 1), na raspolaganju 120 000 m³ vode za celokupnu potrošnju. Gubici u transportu vode do naselja i poljoprivrednog dobra iznose 15%.

Napisati matematički model za optimizaciju linearnim programiranjem, dati grafičku interpretaciju rešenja i odrediti optimalne vrednosti količina vode koje se isporučuju korisnicima N i P.

ZADATAK 3. Kriterijumska funkcija za optimalno upravljanje akumulacijom ima sledeći oblik:

$$\sum_{m=1}^5 c_m u_m 0.5(V_m + V_{m-1})$$

gde je: c - koeficijent vrednovanja dobiti, u_m - isporučena količina vode iz akumulacije u m -tom mesecu. Korisna zapremina je $W=6 \times 10^6 m^3$, a početna zapremina vode u akumulaciji $V_0=2 \times 10^6 m^3$. Razmatrana akumulacija je višenamenska i služi za hidroenergetsko korišćenje, navodnjavanje i oplemenjavanje malih voda. Garantovani ekološki protok neophodno je ispuštati iz akumulacije u svakom trenutku u količini od $Q_{\min}=0.772 m^3/s$. Hidroelektrana radi sa instalisanim protokom od $Q_{\text{inst}}=4.63 m^3/s$, a dnevni broj časova rada dat je u tabeli. Vrednosti dotoka Q , potrebne količine vode za navodnjavanje P i koeficijenti dobiti c za vremenski horizont od 5 meseci dati su tabelarno (pretpostaviti da svaki mesec ima 30 dana). Predmet optimizacije je količina vode koja se upućuje površini za navodnjavanje.

m	1	2	3	4	5
$Q_m (10^6 m^3/mes)$	6	6	5	4	3
$P_m (10^6 m^3/mes)$	1	2	3	2	1
$T_{HE} (h/dan)$	4	4	2	2	2
c_m	1	2.0	2.5	1.5	1

Napisati rekurentnu relaciju dinamičkog programiranja i ograničenja na koordinate stanja i upravljanja, a zatim primenom dinamičkog programiranja odrediti optimalnu trajektoriju stanja akumulacije i optimalnu količinu vode koja se upućuje sistemu za navodnjavanje, uz uslov da na kraju četvrtog meseca u akumulaciji mora biti najmanje $4 \times 10^6 m^3$ vode.

ZADATAK 4. Jedan sistem u trenutku t_1 ima entropiju 3.58496 bita (verovatnoće svih mogućih stanja su jednake). U trenutku t_2 verovatnoća realizacije 1/3 (jedne trećine) mogućih stanja je jednaka i tri puta veća od verovatnoće realizacije ostalih stanja sistema (koje su takođe međusobno jednake). U trenutku t_3 sistem se može naći tri moguća stanja, sa istom verovatnoćom realizacije, dok se u trenutku t_4 može naći samo u dva podjednako verovatna stanja.

- 1) U koliko se stanja sistem može naći u trenutku t_1 ?
- 2) Odrediti količine informacija koje su pristigle u intervalima $t_1 \div t_2$, $t_2 \div t_3$ i $t_3 \div t_4$.
- 3) U kom trenutku najbolje poznajemo sistem i zašto?
- 4) Kolika je još količina informacija neophodna da bi neko od stanja bilo izvesno?