Пример	**Цртање линије нивоа**

Призматичан канал правоугаоног попречног пресека улива се у језеро дубине $h_j = 2.55$ m. Проток каналом дугим $L = 6000$ m износи 22 m³/s, његова ширина је 7 m, нагиб дна 0.05%, а Манингов коефицијент храпавости $n = 0.015$ m$^{-1/3}$s. На основу датих података потребно је:

1. Одредити нормалну и критичну дубину,
2. Одредити тип линије нивоа,
3. Утврдити да ли ће доћи до појаве хидрауличког скока,
4. Израчунати и у погодној размери нацртати линију нивоа.

РЕШЕЊЕ:

1. Нормална дубина може се одредити из Шези-Манингове једначине:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} I_d^{1/2},$$

при чему је $A = Bh$, $R = A/0$ и $O = B + 2h$, односно:

$$Q = \frac{1}{n} Bh \left(\frac{Bh}{B + 2h}\right)^{2/3} I_d^{1/2}.$$

Пошто је претходни израз имплицитан по дубини h, одређивање нормалне дубине биће спроведено итеративно путем модификованог облика претходног израза:

$$h^{(i+1)} = \left(\frac{Qn}{B^{5/3}(B + 2h^{(i)})^{-2/3} I_d^{1/2}}\right)^{3/5},$$

при чему су $h^{(i)}$ и $h^{(i+1)}$ вредности нормалне дубине у претходној и наредној итерацији. Усвојени критеријум конвергенције претходног израза је:

$$\varepsilon = \frac{\left|h^{(i+1)} - h^{(i)}\right|}{h^{(i)}} \times 100 < 0.1\%.$$

Резултати прорачуна нормалне дубине приложени су у табели 1. Усвојена вредност нормалне дубине износи $h_N = 1.854$ m.

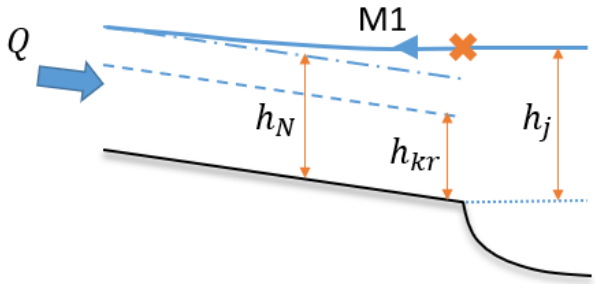
Табела 1. Прорачун нормалне дубине

i [-]	h [m]	ε [%]
0	1	
1	1.730	73.0
2	1.837	6.2
3	1.852	0.8
4	1.854	0.1
5	**1.854**	**0.0**

Критична дубина код правоугаоних канала може се одредити директно из израза за Фрудов број као:

$$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gB^2}} = 1.002 \text{ m}.$$

2. Пошто је $h_N > h_{kr}$, у датом каналу могу се јавити само линије из групе М. За задату дубину у језеру $h_j = 2.55$ m, која је већа од h_N, у каналу ће се јавити **линија типа М1**. Скица линије нивоа дата је на слици 1.



Слика 1. Скица линије нивоа са назначеном нормалном и критичном дубином

3. Због недостатка препрека које би „пореметиле“ услове течења у каналу, као и одсуства узводних услова које би драстично утицале на исте, може се претпоставити да линија М1 у узводном смеру несметано асимптотски тежи нормалној дубини. Због тога је у целом каналу остварено течење у мирном режиму, те **до појаве хидрауличког скока неће доћи**.

4. Прорачун линије нивоа спровешће се коришћењем израза:

$$\frac{dx}{dh} = f(h) = \frac{1 - Fr}{I_d - I_E},$$

при чему се нагиб линије енергије I_E може апроксимирати коришћењем Шези-Манингове једначине:

$$I_E = \frac{Q^2 n^2}{(AR^{2/3})^2}.$$

У смеру прорачуна линије М1 (узводно), почетна дубина је $h_{poč} = h_j = 2.55$ m, а крајња дубина је нормална $h_{kraj} = h_N = 1.854$ m. Према томе, укупна промена дубине дуж линије М1 је $h_{kraj} - h_{poč} = 0.696$ m. Ова разлика дубина биће „издељена“ на N сегмената висине $\Delta h = (h_{kraj} - h_{poč})/N$, који ће бити коришћени за решавање једначине $dx/dh = f(h)$. Усвојиће се, на пример, да број сегмената N износи 6, тако да је $\Delta h = -0.116$ m.

Прорачун линије нивоа приложен је у табели 2. Усвојиће се, на пример, да се спој канала и језера јавља на стационажи $x = 0$.

Табела 2. Прирачун линије нивоа типа M1

h [m]	Δh [m]	A [m²]	O [m]	R [m]	Fr [-]	I_E [-]	$f(h)$ [-]	f_{sr} [-]	Δx [m]	x [m]	e [m]
2.550	-0.116	17.85	12.10	1.48	0.061	2.04.E-04	3168.1			0	2.627
2.434	-0.116	17.04	11.87	1.44	0.070	2.32.E-04	3465.8	3317.0	-384.5	-384.5	2.519
2.318	-0.116	16.23	11.64	1.39	0.081	2.65.E-04	3918.9	3692.3	-428.0	-812.5	2.412
2.202	-0.116	15.42	11.40	1.35	0.094	3.07.E-04	4683.5	4301.2	-498.6	-1311.1	2.306
2.086	-0.116	14.60	11.17	1.31	0.111	3.57.E-04	6228.8	5456.1	-632.5	-1943.6	2.202
1.970	-0.116	13.79	10.94	1.26	0.132	4.20.E-04	10900.3	8564.5	-992.8	-2936.5	2.100
1.870	-0.100	13.09	10.74	1.22	0.154	4.88.E-04	71494.8	41197.5	-4135.6	-7072.1	2.014
1.854	-0.116	12.98	10.71	1.21	0.158	5.00.E-04	9.96.E+08	4.98.E+08	-5.77.E+07	-5.77.E+07	2.001

Изрази на основу којих су израчунате вредности у табели 2 гласе:

$$Fr = \frac{Q^2 B}{g A^3},$$

$$f(h) = \frac{1 - Fr}{I_d - I_E},$$

$$f_{sr} = \frac{f(h) + f(h + \Delta h)}{2} = \frac{f\left(h^{(i)}\right) + f\left(h^{(i+1)}\right)}{2},$$

$$\Delta x = f_{sr} \Delta h,$$

$$x(h + \Delta h) = x(h) + \Delta h,$$

$$e(h) = h + \frac{Q^2}{2 g A^2}.$$

У последњем реду табеле 2, где је дубина $h = h_N$ добијају се драстично веће вредности за величине $f(h)$, f_{sr}, Δx и x, због асимптотског понашања линије нивоа у близини h_N. Како би се избегао овај проблем, у табели 2 додат је нови ред (претпоследњи), код ког је дубина нешто већа од нормалне, а Δh је мање него у остатку табеле. На овај начин може се избећи описани проблем у околини нормалне дубине.

Може се приметити само да се дубина од 1.870 m јавља на стационажи 7 km узводно од језера, што је изван граница канала. Ова тачка изван граница канала ће послужити за одређивање дубине на узводном крају канала, где је $x = -6000$ m, путем методе линеарне интерполације:

$$\frac{x^* - x^{(i)}}{x^{(i)} - x^{(i+1)}} = \frac{h^* - h^{(i)}}{h^{(i)} - h^{(i+1)}},$$

при чему је x^* стационажа на којој желимо линеарном интерполацијом да одредимо дубину h^* (у овом случају $x^* = -6000$) а ознаке (i) односе се на тачке пре и након тачке за коју рачунамо дубину. У конкретном случају:

$$\frac{-6000 - (-2936.5)}{-2936.5 - (-7072.1)} = \frac{h^* - 1.970}{1.970 - 1.870},$$

одакле можемо добити да је дубина на узводном крају језера $h(x = -6000) = 1.896$ m.

Цртање линије нивоа обавиће се на папиру димензија А3, и у дистордованој размери.

Корисна дужина А3 папира (*landscape* оријентација) је 42.0 – 2.5 – 0.5 = 39.0 cm. Најкрупнија **размера за хоризонталне димензије** коју је могуће применити за дати канал је:

$$\frac{1}{R_H} = \frac{6000}{0.39} = 15\,384.6,$$

односно усвојиће се прва ситнија размера од $R_H = 1/20\,000$.

Како бисмо одредили погодну **вертикалну размеру**, потребно је сагледати не само дубине воде у каналу и разлику дубина између узводног и низводног краја канала, већ и укупну промену коте дна дуж канала. Ако се усвоји да је кота дна канала на споју језера и канала $z_d(x = 0) = 0$, кота дна канала на његовом узводном крају може се израчунати као $z_d(x = -L = -6000) = LI_d = 3.00$ m. Заједно са дубином на стационажи $x = -6000$ m, кота на овом месту нивоа износи $z(x = -L) = z_d(x = -L) + h(x = -L) =$ 4.896 m.

Пошто је корисна висина А3 папира (*landscape* оријентација) 29.7 – 0.5 – 0.5 = 28.7 cm, **размера за вертикалне димензије** одредиће се на основу ове коте као:

$$\frac{1}{R_V} = \frac{4.896}{0.287} = 17.0,$$

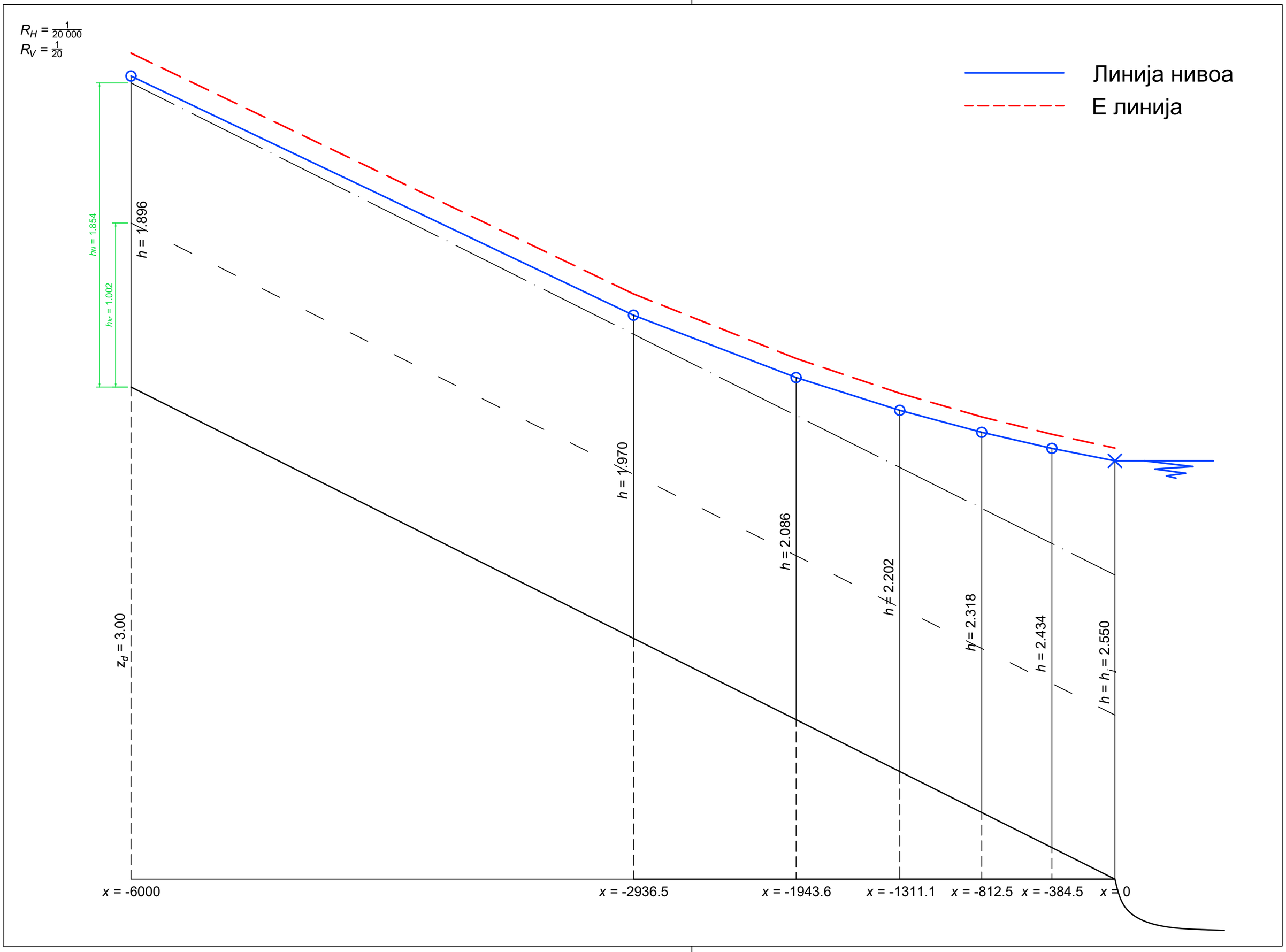
односно усвојиће се прва ситнија размера од $R_V = 1/20$.

Прорачун димензија за приказ линије нивоа у размери приложен је у табели 3.

Табела 3. Прорачун димензија за цртање у размери

h		***x***		***e***	
Природа [m]	**Цртеж [cm]**	**Природа [m]**	**Цртеж [cm]**	**Природа [m]**	**Цртеж [cm]**
2.550	12.75	0.0	0.00	2.627	13.14
2.434	12.17	-384.5	-1.92	2.519	12.60
2.318	11.59	-812.5	-4.06	2.412	12.06
2.202	11.01	-1311.1	-6.56	2.306	11.53
2.086	10.43	-1943.6	-9.72	2.202	11.01
1.970	9.85	-2936.5	-14.68	2.100	10.50
1.896	9.48	-6000.0	-30.00	2.036	10.18

Цртеж линије нивоа у изабраној дистордованој размери приказан је на наредној страни.


$R_H = \frac{1}{20\,000}$
$R_V = \frac{1}{20}$
Линија нивоа
Е линија
$h_N = 1.854$
$h_{kr} = 1.002$
$z_d = 3.00$
$h = 1.896$
$h = 1.970$
$h = 2.086$
$h = 2.202$
$h = 2.318$
$h = 2.434$
$h = h_j = 2.550$
$x = -6000$
$x = -2936.5$
$x = -1943.6$
$x = -1311.1$
$x = -812.5$
$x = -384.5$
$x = 0$