Pomeranja
Određivanje dijagrama pomeranja nosača

Teorija konstrukcija - HVE

Vežbe: 7. sedmica

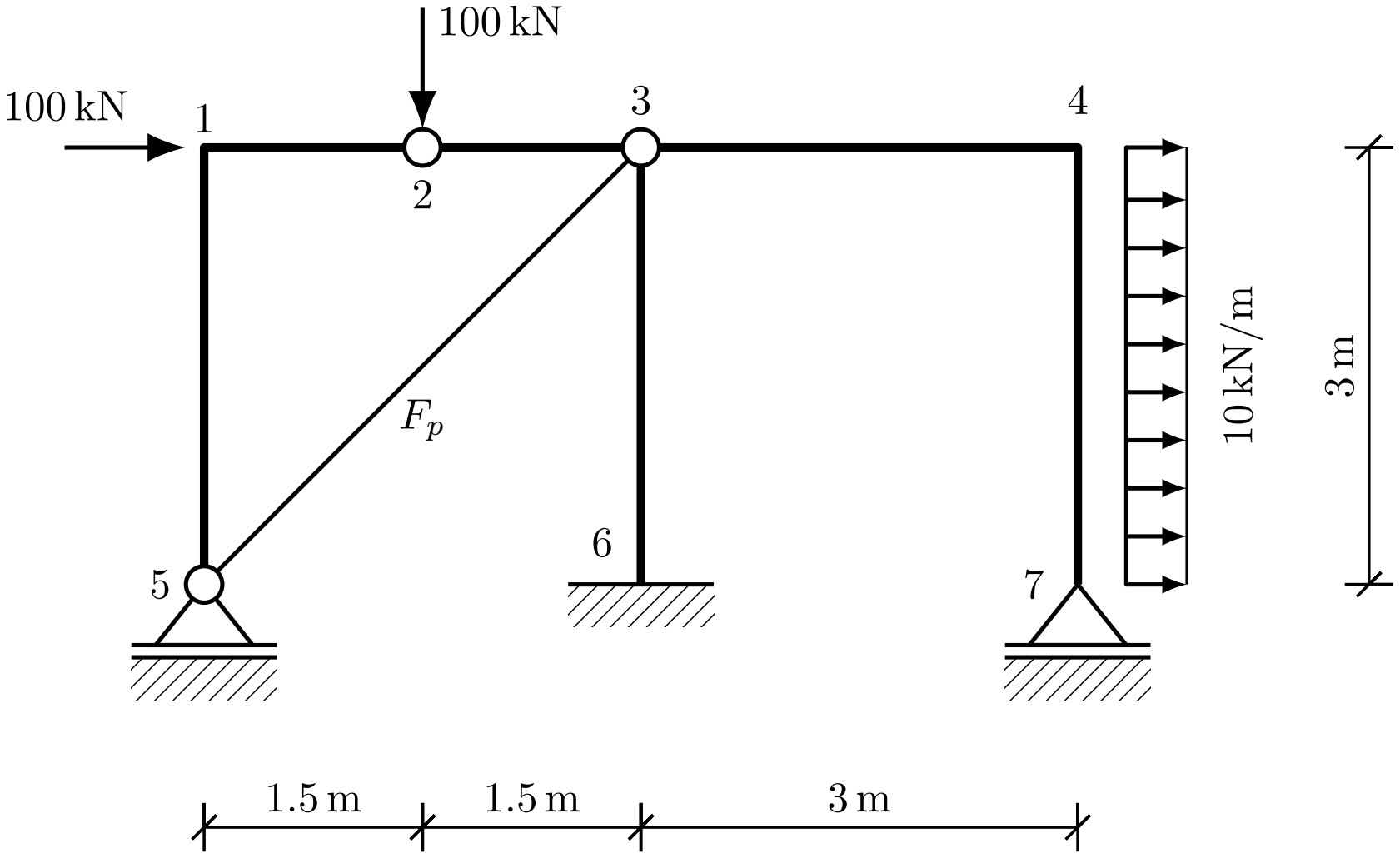
Primer 1

Za nosač prikazan na slici, usled zadatog opterećenja

1. nacrtati dijagrame sila u presecima;
2. odrediti dijagram vertikalnih pomeranja poteza štapova 1-2-3-4 sa ordinatama na svakih 1.5 m.

Uticaj transverzalnih i normalnih sila na deformaciju zanemariti.

Primer 1



Primer 1

Nosač* možemo podeliti na tri celine:

(1) luk sa zategom 5-1-2-3

(2) prosta greda 3-4-7

(3) konzola 3-6

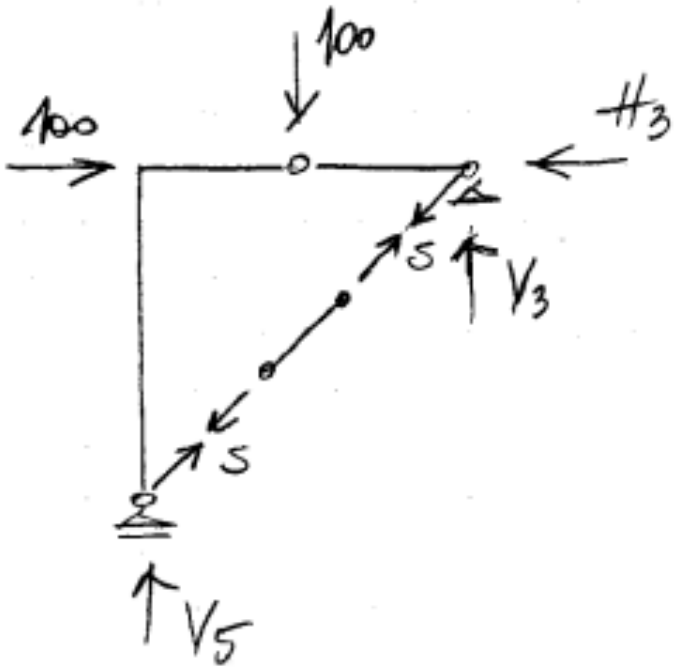
Luk sa tri zgloba (1) i prosta greda (2) oslanjaju se na konzolu (3).†

*Za vežbu: izvršiti statičku klasifikaciju nosača.

†Za vežbu: Izvršiti strukturnu analizu nosača.

Primer 1

Luk sa zategom (1)



$$\Sigma H = 0 \Rightarrow H_3 = 100\,kN$$

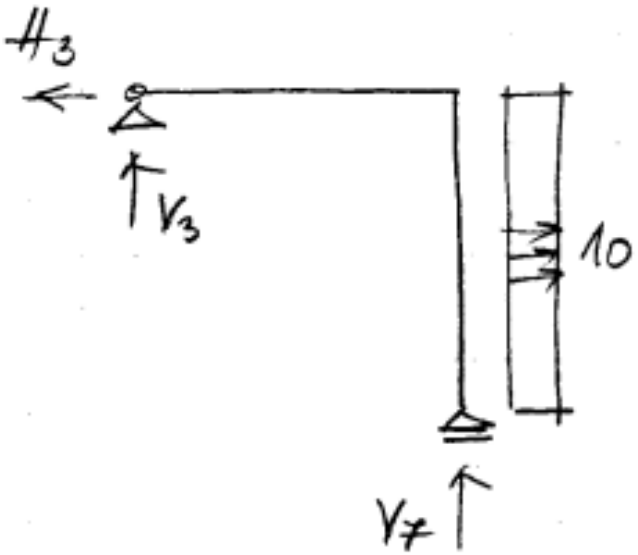
$$\Sigma M_3 = 0 \Rightarrow V_5 = \frac{100 \cdot 3}{6} = 50\,kN$$

$$\Sigma V = 0 \Rightarrow V_3 = 50\,kN$$

$$\Sigma M_2^d = 0 \Rightarrow S = \frac{V_3}{\sqrt{2}/2} = 70{,}7\,kN$$

Primer 1

Prosta greda (2)



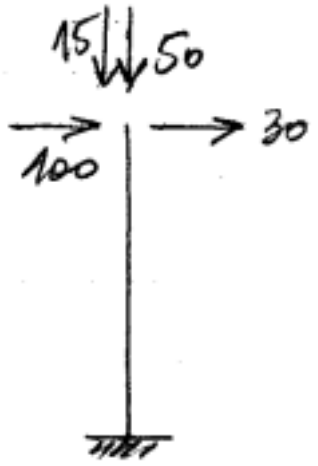
$$\Sigma H = 0 \Rightarrow H_3 = 3 \cdot 10 = 30\,kN$$

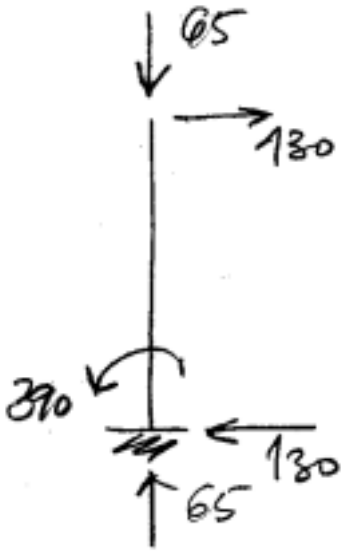
$$\Sigma M_3 = 0 \Rightarrow V_7 = \frac{-10 \cdot 3 \cdot 1{,}5}{3} = -15\,kN$$

$$\Sigma V = 0 \Rightarrow V_3 = 15\,kN$$

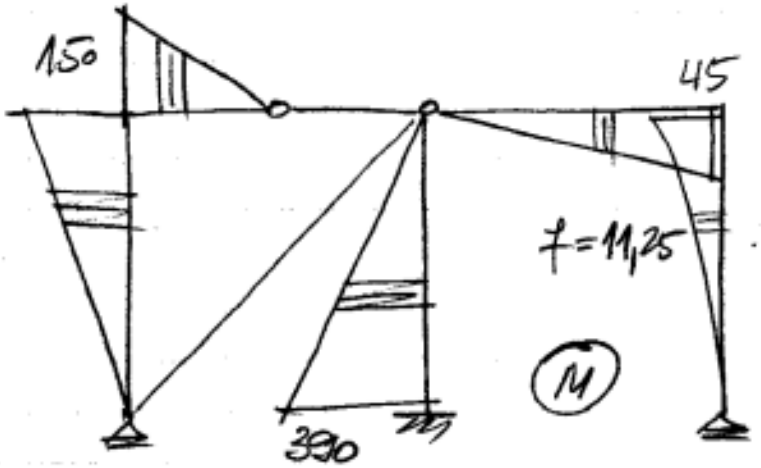
Primer 1

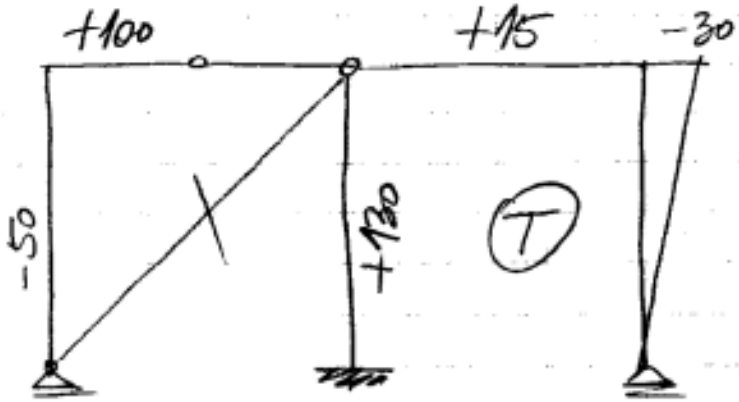
Konzola (3)

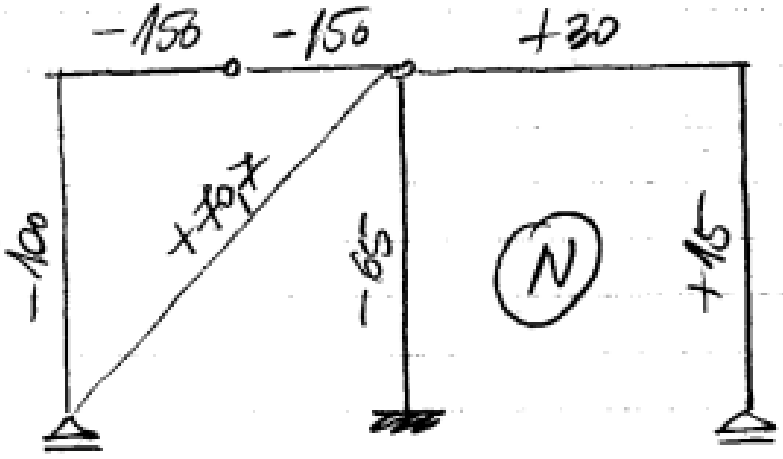




Primer 1







Primer 1: dijagram pomeranja

Dijagram pomeranja poteza štapova 1-2-3-4 određujemo koristeći Mor-Maksvelovu analogiju nosača.

Analogija je uspostavljena između sledećih veličina:

$$v \leftrightarrow M^f$$
$$\varphi - \varphi_t \leftrightarrow T^f$$

gde f označava veličine na fiktivnom nosaču.

Dijagram vertikalnih pomeranja poteza štapova tražimo kao dijagram momenata na fiktivnom nosaču.

Primer 1: dijagram pomeranja

Granični i prelazni uslovi po pomeranjima na stvarnom nosaču:

$$
\begin{aligned}
v_1 &= 0 \quad (\Leftarrow I/F = 0) \\
\varphi_1 &\neq 0 \\
v_2^l &= v_2^d \neq 0 \\
\varphi_2^l &\neq \varphi_2^d \neq 0 \\
v_3^l &= v_3^d = 0 \quad (\Leftarrow I/F = 0) \\
\varphi_3^l &\neq \varphi_3^d \neq 0 \\
v_4 &= 0 \quad (\Leftarrow I/F = 0) \\
\varphi_4 &\neq 0
\end{aligned}
$$

Primer 1: dijagram pomeranja

Vertikalna pomeranja u čvorovima 1, 3 i 4 su jednaka nuli zbog zanemarivanja uticaja normalnih sila na deformaciju štapa, $I/F = 0$.

To znači da se, pri delovanju unutrašnjih sila, štapovi nosača ne mogu aksijalno deformisati (ne mogu promeniti dužinu).

Pošto su štapovi 1-5, 3-6 i 4-7, oslonjeni u čvorovima 5, 6 i 7, njihova vertikalna pomeranja u čvorovima 5, 6, i 7 su sprečena $v = 0$. Kako štapovi ne mogu menjati dužinu, vertikalna pomeranja u čvorovima 1, 3 i 4 su takođe sprečena.

Primer 1: dijagram pomeranja

Zbog uslova $I/F = 0$, horizontalna pomeranja u čvorovima 1, 2, 3 i 4 su jednaka, ali nisu sprečena (različita su od nule).

Primer 1: dijagram pomeranja

Granični i prelazni uslovi po silama na fiktivnom nosaču:

$$
\begin{aligned}
M_1^f &= 0 \\
T_1^f &\neq 0 \\
M_2^{fl} &= M_2^{fd} \neq 0 \\
T_2^{fl} &\neq T_2^{fd} \neq 0 \\
M_3^{fl} &= M_3^{fd} = 0 \\
T_3^{fl} &\neq T_3^{fd} \neq 0 \\
M_4^f &= 0 \\
T_4^f &\neq 0
\end{aligned}
$$

Primer 1: dijagram pomeranja

Na osnovu graničnih i prelaznih uslova crtamo fiktivni nosač.

Na osnovu dijagrama momenata M (slajd 7) nanosimo fiktivno opterećenje p_f:

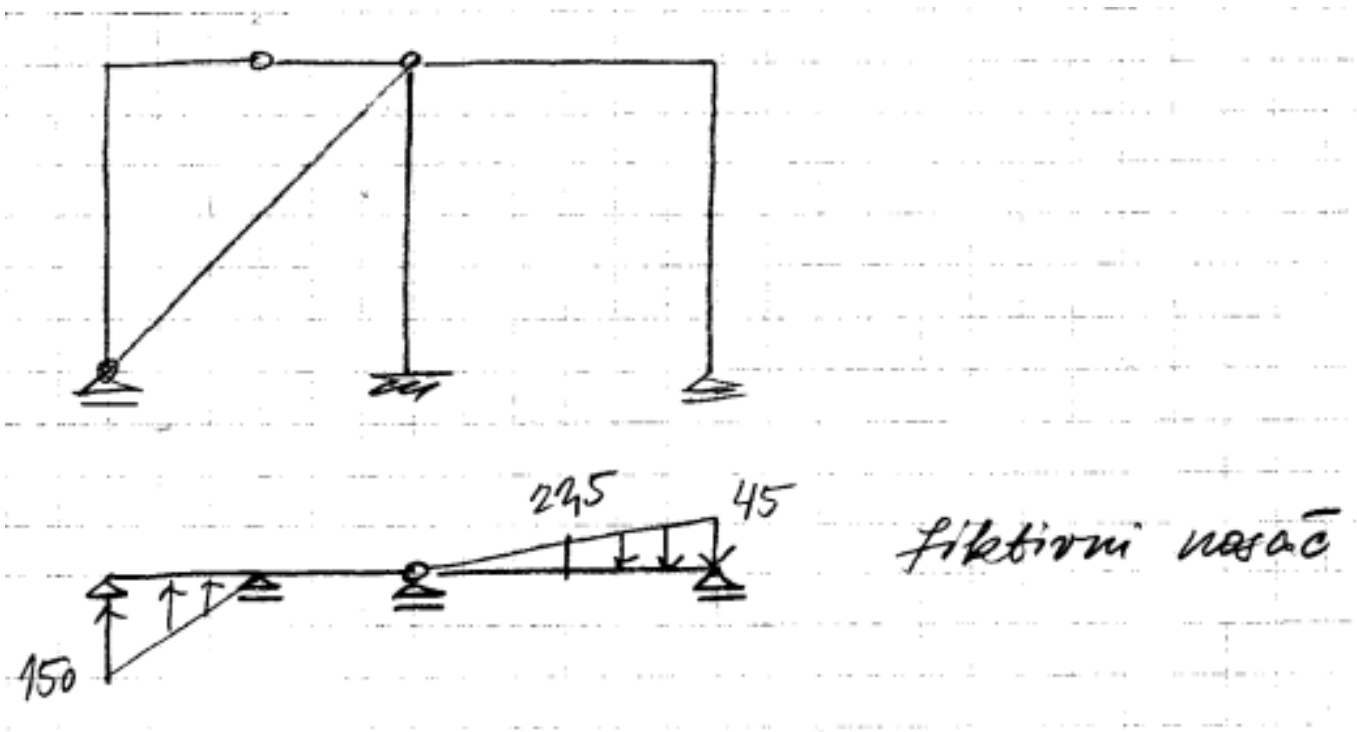
$$p_f = \left(\frac{M}{EI} + \alpha_t \frac{\Delta t}{h} \right) \frac{1}{\cos \alpha}$$

- Potez štapova stvarnog nosača je paralelan sa fiktivnim nosačem $\alpha = 0$.
- Na nosač ne deluje temperaturna promena Δt.

Na osnovu toga sledi:

$$EI p_f = M$$

Primer 1: dijagram pomeranja



Primer 1: dijagram pomeranja

Fiktivni nosač je jednom statički neodređen, pa dijagram momenata M^f ne možemo odrediti pomoću uslova ravnoteže sila.

Da bismo rešili problem, potrebna nam je vrednost još jedne spoljašnje ili unutrašnje sile fiktivnog nosača.

Krutu vezu (unutrašnji element) između štapova 1-2 i 2-3 zamenjujemo parom momenata X_1^f.

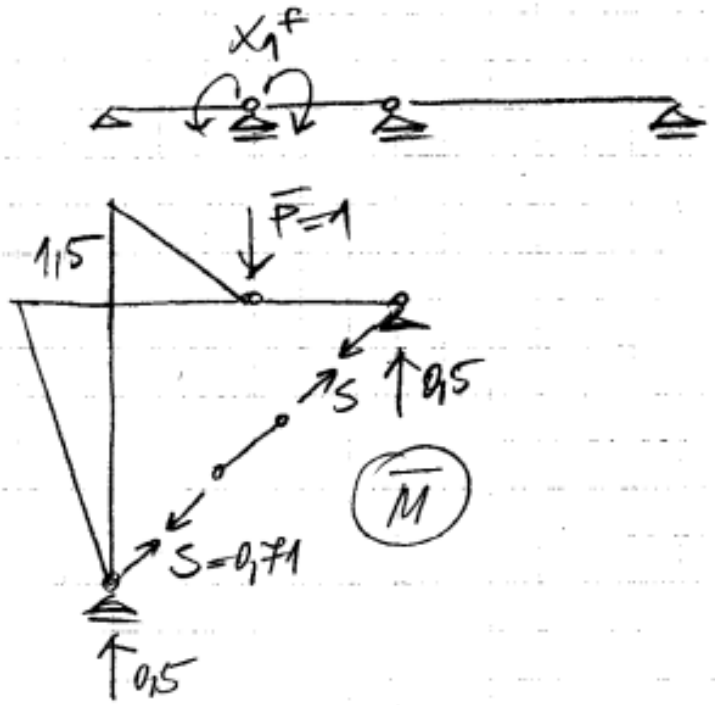
Statički nepoznatu veličinu na fiktivnom nosaču X_1^f nalazimo kao vertikalno pomeranje čvora 2 na stvarnom nosaču, primenom **Principa virtualnih sila**.

Primer 1: dijagram pomeranja

Zadajemo generalisanu silu $\overline{P} = 1$ u pravcu i smeru traženog pomeranja, a potom određujemo X_1^f koristeći izraz

$$EIX_1^f = EIv_2 = \int_s M\overline{M}ds + \int_s \frac{I}{F} N\overline{N}ds$$

Primer 1: dijagram pomeranja

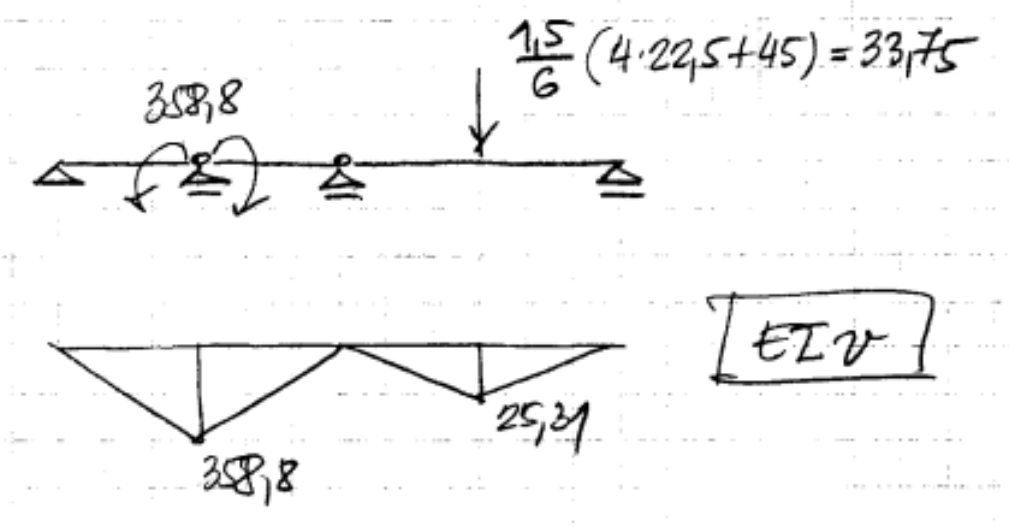


$$EI X_1^f = \frac{3}{3} 150 \cdot 1{,}5 + \frac{1{,}5}{3} 150 \cdot 1{,}5 + 0{,}1 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 0{,}71 \cdot 70{,}7 =$$

$$= 225 + 112{,}5 + 21{,}3 = 358{,}8$$

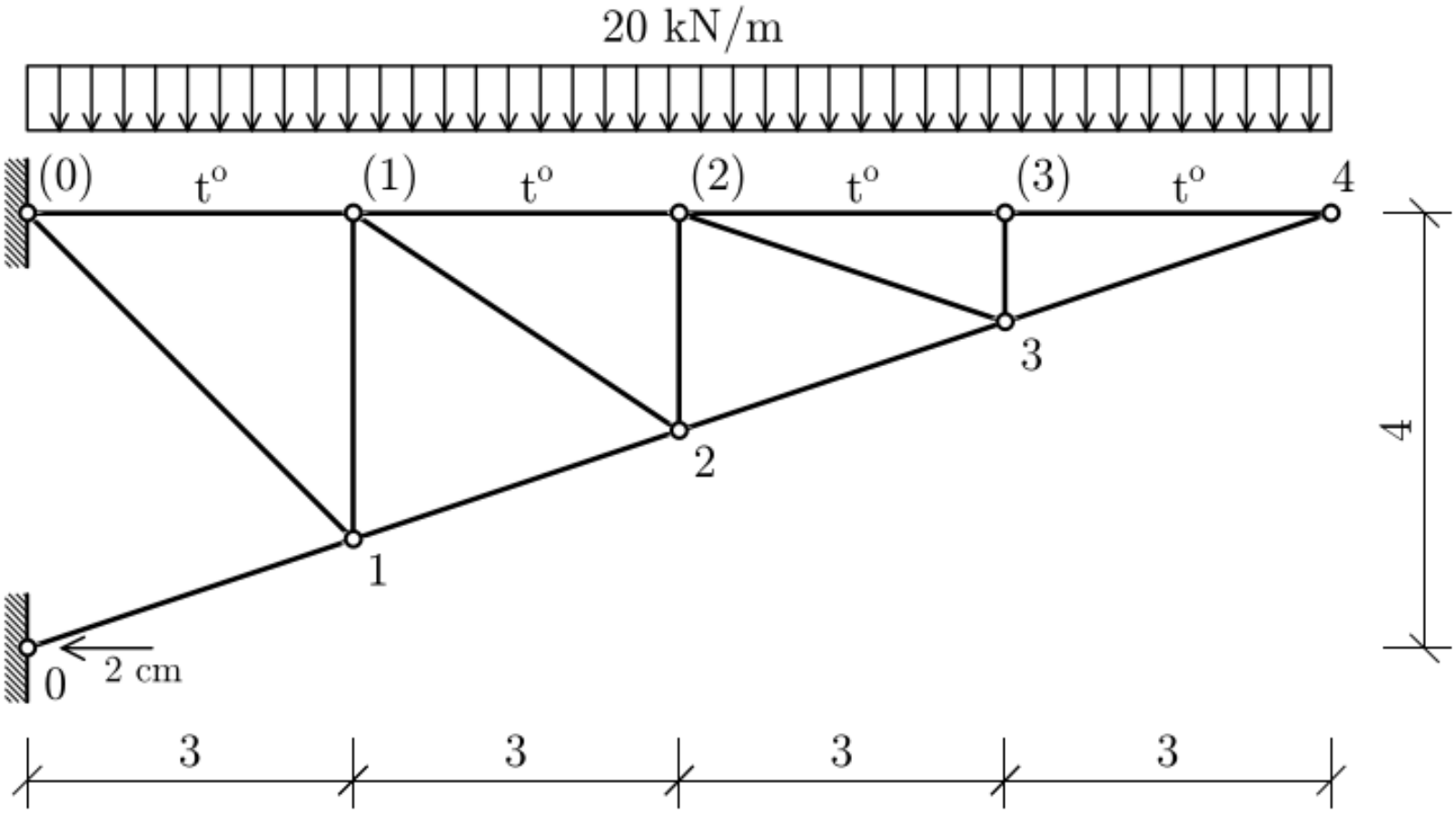
Primer 1: dijagram pomeranja

Pošto je zadato da se dijagram vertikalnih pomeranja odredi u diskretnim tačkama, raspodeljeno opterećenje prevodimo u sistem koncentrisanih sila na svakih 1.5 m. Tražimo samo one sile koje deluju duž polja prostih greda, jer sile koje se nalaze iznad oslonaca nemaju uticaj na dijagram momenata M^f.



Primer 2

Za rešetkasti nosač prikazan na slici, usled zadatog raspodeljenog opterećenja, odrediti dijagram vertikalnih pomeranja poteza štapova (0)-(1)-(2)-(3)-4.

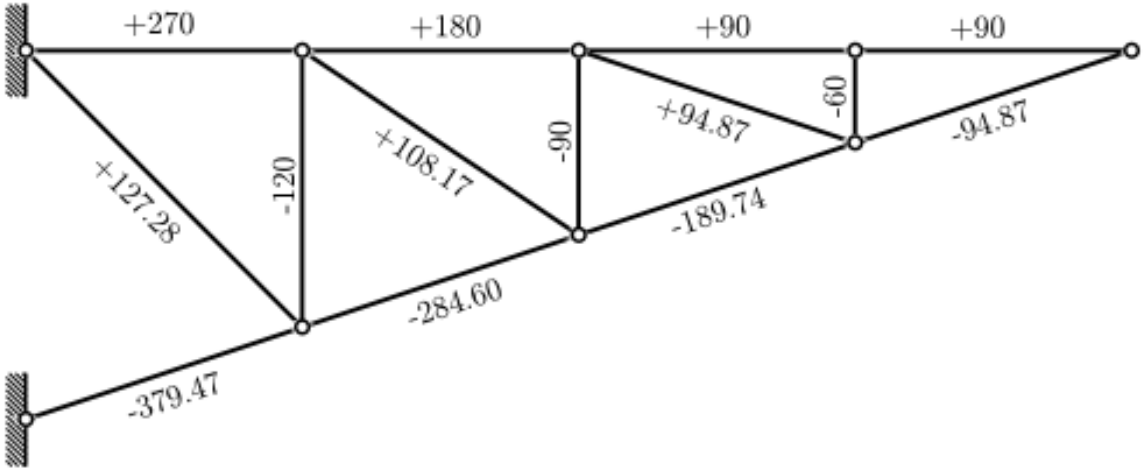


Primer 2

Sile u presecima ovog nosača odredili tokom prethodnih časova vežbi. Ovde ćemo ponovo prikazati normalne sile u štapovima i šemu redukovanih dužina štapova.

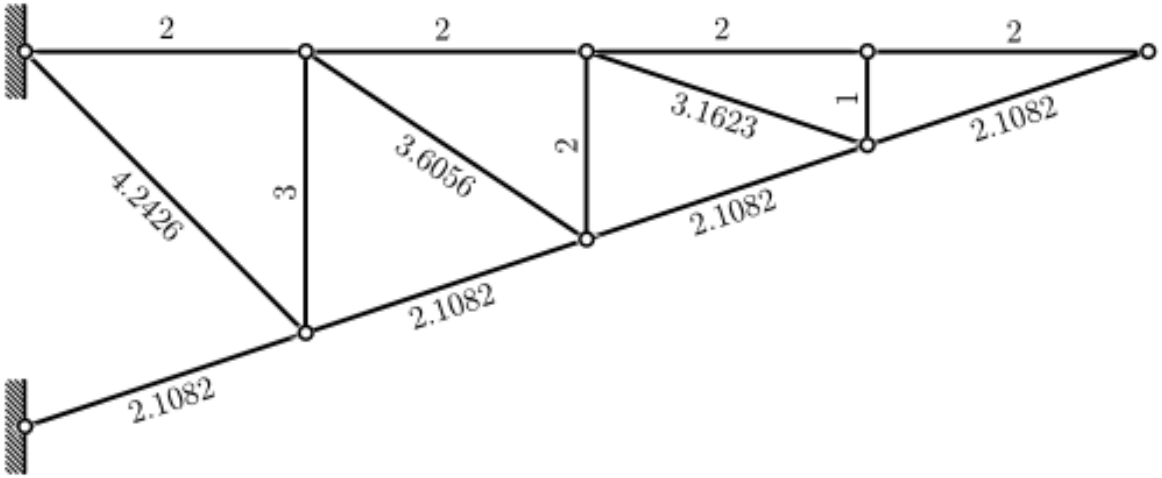
Primer 2

Sile u štapovima:



S

Redukovane dužine štapova:

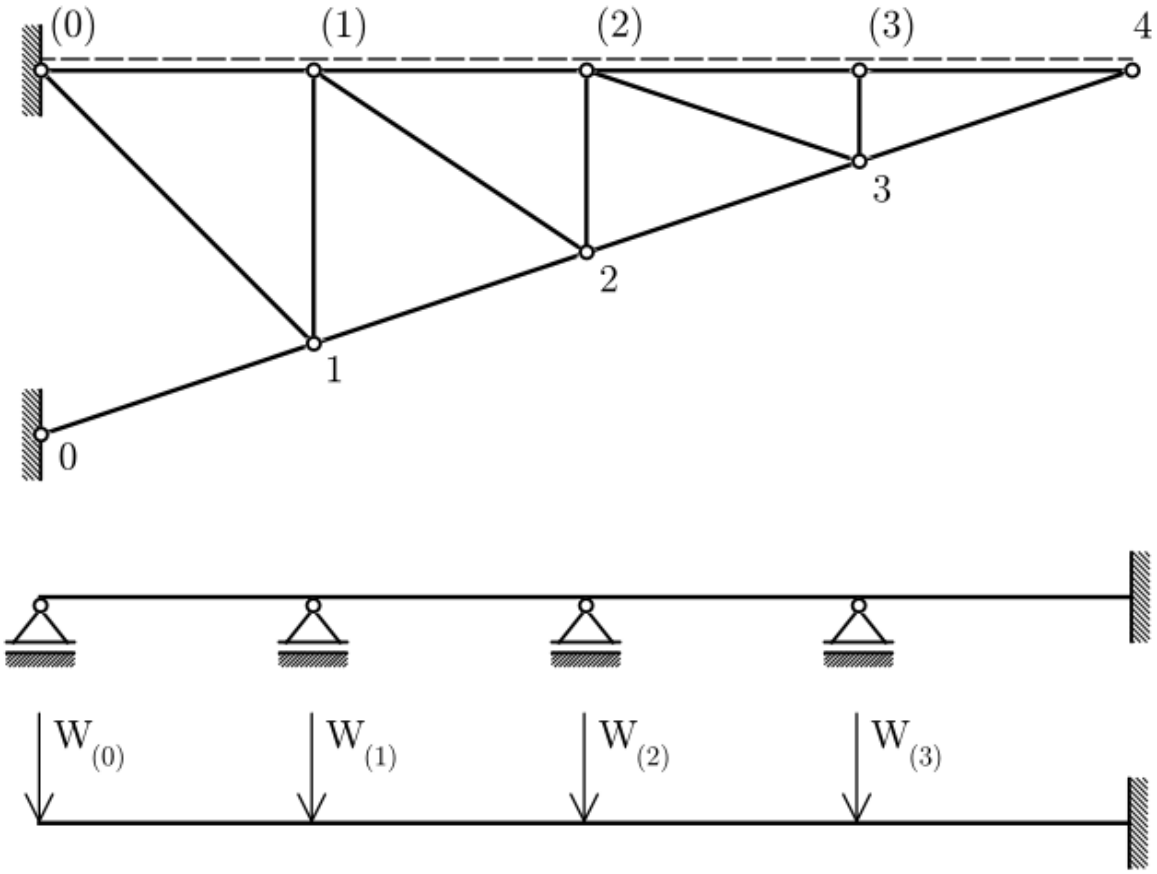


l''

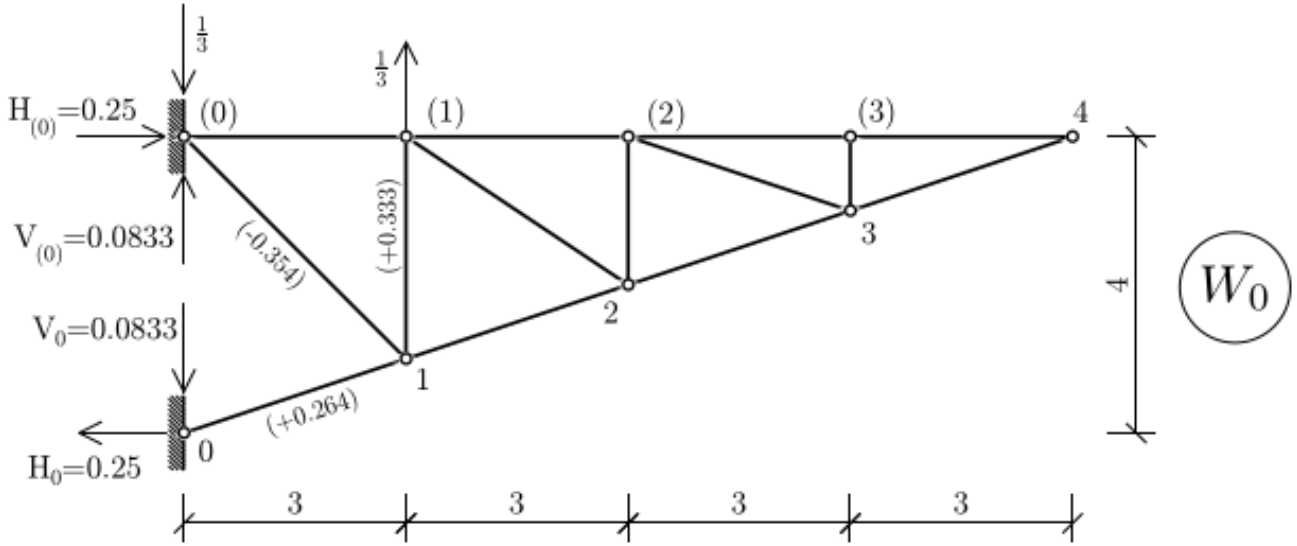
Primer 2

Za dati potez štapova, fiktivni nosač je kontinualni nosač.

Za statički nepoznate veličine na fiktivnom nosaču biramo elastične težine $W_{(0)}, W_{(1)}, W_{(2)}$ i $W_{(3)}$.



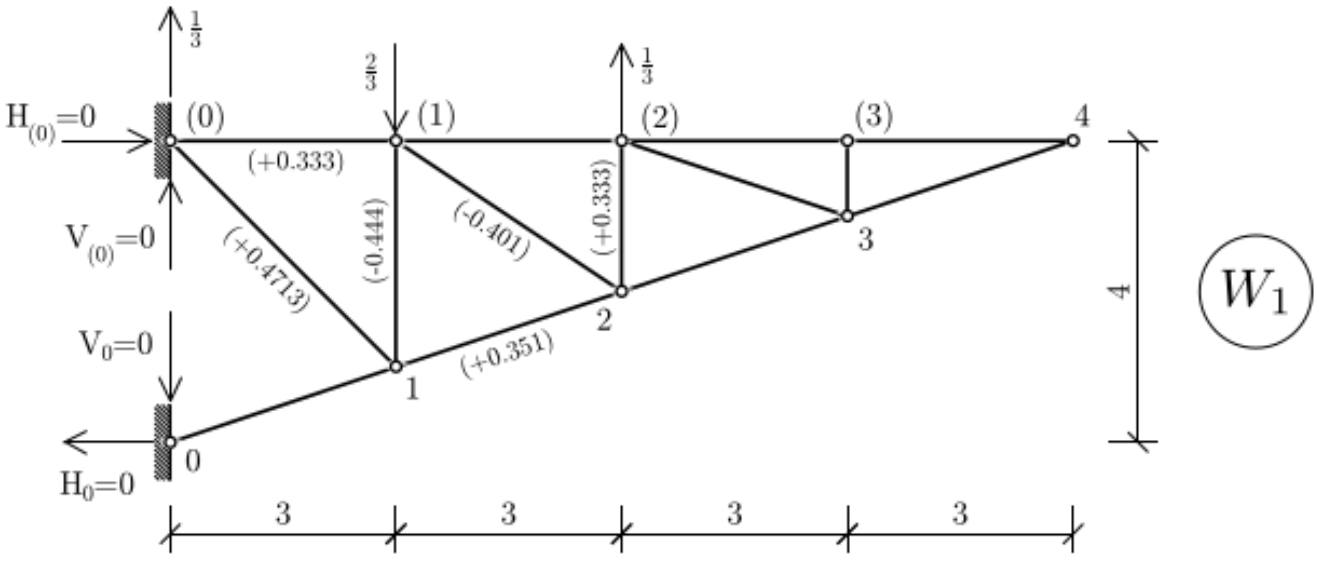
Primer 2



$$
\begin{aligned}
EF_cW_0 =& 0.264 \cdot (-379.47) \cdot 2.1082 \\
& - 0.354 \cdot 127.28 \cdot 4.2426 \\
& + 0.333 \cdot (-120) \cdot 3
\end{aligned}
$$

$$\boxed{EF_cW_0 = -522.34}$$

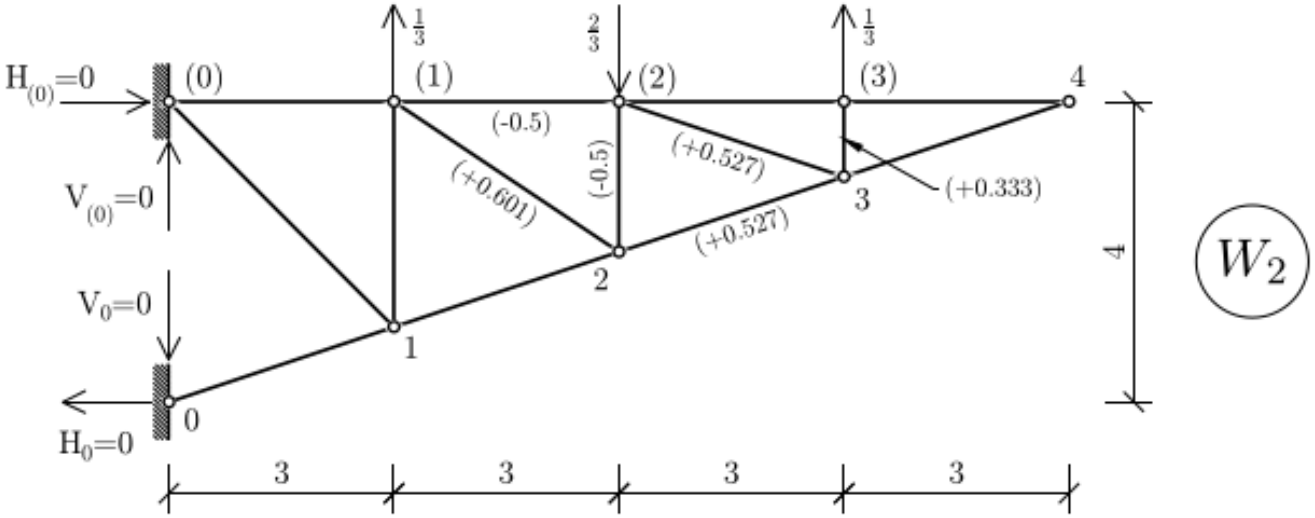
Primer 2



$$
\begin{aligned}
EF_cW_1 =& 0.4713 \cdot 127.28 \cdot 4.2426 \\
&+ 0.333 \cdot 270 \cdot 2 \\
&- 0.444 \cdot (-120) \cdot 3 \\
&+ 0.351 \cdot (-284.6) \cdot 2.1082 \\
&- 0.401 \cdot 108.17 \cdot 3.6056 \\
&+ 0.333 \cdot (-80) \cdot 2
\end{aligned}
$$

$$\boxed{EF_cW_1 = -192.47}$$

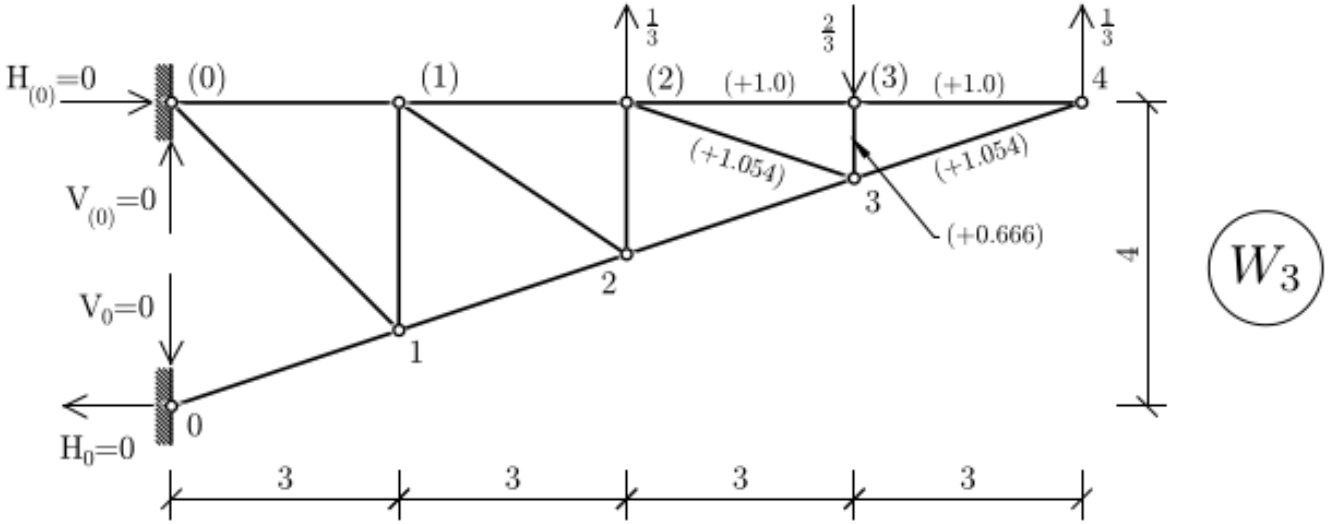
Primer 2



$$
\begin{aligned}
EF_cW_2 =& 0.601 \cdot 108.17 \cdot 3.6056 \\
& - 0.5 \cdot 180 \cdot 2 \\
& - 0.5 \cdot (-90) \cdot 2 \\
& + 0.527 \cdot (-189.74) \cdot 2.1082 \\
& + 0.527 \cdot 94.87 \cdot 3.1623 \\
& + 0.333 \cdot (-60) \cdot 1
\end{aligned}
$$

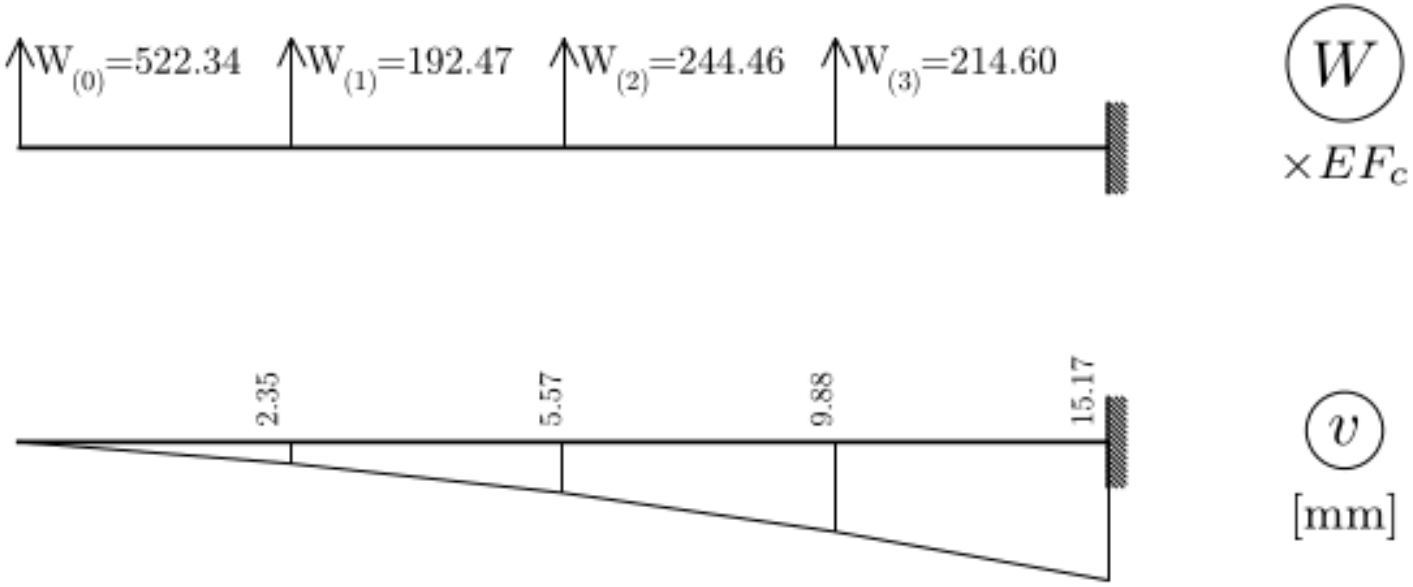
$$\boxed{EF_cW_2 = -244.46}$$

Primer 2



$$
\begin{aligned}
EF_cW_3 =& 1.054 \cdot 94.87 \cdot 3.1623 \\
&+ 1.0 \cdot 90 \cdot 2 \\
&+ 0.666 \cdot (-60) \cdot 1 \\
&+ 1.054 \cdot (-94.87) \cdot 2.1082 \\
&+ 1.0 \cdot 90 \cdot 2
\end{aligned}
$$

$$\boxed{EF_cW_3 = -214.60}$$

Primer 2

Dijagram pomeranja poteza štapova određujemo kao dijagram momenata na fiktivnom nosaču: