ТЕОРИЈА КОНСТРУКЦИЈА – Б2Х2ТК

ПРЕДАВАЊЕ 3 (28.02.2022.)

www.grf.bg.ac.rs

Студијски програм: ГРАЂЕВИНАРСТВО
Модул: ХИДРОТЕХНИКА И ВОДНО-ЕКОЛОШКО ИНЖЕЊЕРСТВО
Година / семестар: 2. година / 4. семестар
Школска година: 2021/22.

Наставници: в. проф. Витомир Рацић, доц. др Марко Радишић, доц. др Невенка Коларевић

Грађевински факултет Универзитета у Београду - Катедра за техничку механику и теорију конструкција

Сва ауторска права аутора презентације и/или видео снимака су заштићена. Снимак или презентација се могу користити само за наставу на даљину студента Грађевинског факултета Универзитета у Београду у школској 2021/2022 и не могу се користити за друге сврхе без писмене сагласности аутора материјала.

1. ОСНОВНЕ ЈЕДНАЧИНЕ ЛИНЕАРНЕ ТЕОРИЈЕ ШТАПА

- **Са претходног предавања**

1) ПП О МАЛИМ ДЕФ.

$du = \varepsilon dx - \varphi dy$

$dv = \varepsilon dy + \varphi dx$

$\varkappa = -\dfrac{d(\varphi - \varphi_T)}{ds}$

КИНЕМАТИЧКЕ РЕЛАЦИЈЕ

$\boxed{u, v, \varphi} \updownarrow \boxed{\varepsilon, \varkappa, \varphi_T}$

2) ПП О МАЛИМ ПОМЕРАЊИМА

$$\left.\begin{aligned} dN + p_t ds &= 0 \\ dT + p_n ds &= 0 \\ dM - T ds &= 0 \end{aligned}\right\}$$

УСЛОВИ РАВНОТЕЖЕ

$\boxed{N, T, M} \updownarrow \boxed{p_t, p_n}$

$\varepsilon, \varkappa, \varphi_T$

3) ХУКОВ ЗАКОН

$\varepsilon = \dfrac{N}{EF} + \alpha t$

$\varkappa = \dfrac{M}{EI} + \alpha \dfrac{\Delta t}{h}$

$\varphi_T = k\, T/GF$

$\varepsilon, \varkappa, \varphi_T \updownarrow N, T, M, \boxed{t}$

ТЕОРИЈА I РЕДА

9 НЕПОЗНАТИХ $\longleftrightarrow$ 9 ЈЕДНАЧИНА

$u, v, \varphi, \varepsilon, \varkappa, \varphi_T,$
N, T, M

$\boxed{u, v, \varphi, N, T, M} \longleftrightarrow$ 6 ЈЕДНАЧИНА

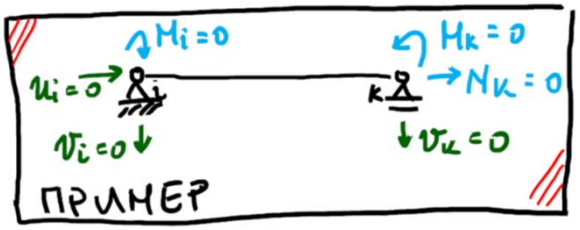
Г.У ПО СИЛАМА

(max 3)

Г.У ПО ПОМЕРАЊИМА

(min 3)

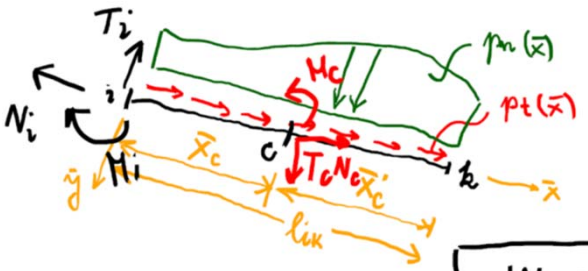
3 + 3 = СТАТИЧКИ ОДРЕЂЕН



ПРИМЕР

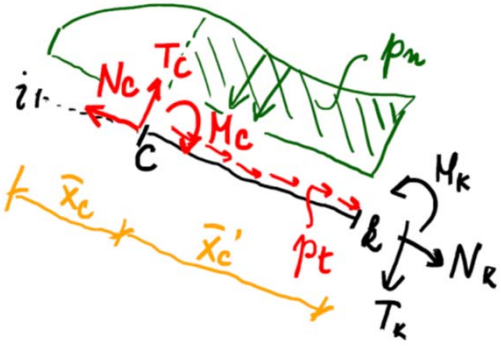
1. ОСНОВНЕ ЈЕДНАЧИНЕ ЛИНЕАРНЕ ТЕОРИЈЕ ШТАПА

- **1.7. Интеграли услова равнотеже штапа**



$$d\bar{x} = ds$$

$$\boxed{\begin{aligned} dN + p_t\,d\bar{x} &= 0 \\ dT + p_n\,d\bar{x} &= 0 \\ dM - T\,d\bar{x} &= 0 \end{aligned}}$$



1 $$\int_i^c (dN + p_t\,d\bar{x}) = 0 \rightarrow N_c - N_i + \int_i^c p_t\,d\bar{x} = 0 \rightarrow \boxed{N_c = N_i - \int_i^c p_t\,d\bar{x}}$$

2 $$\int_i^c (dT + p_n\,d\bar{x}) = 0 \rightarrow T_c - T_i + \int_i^c p_n\,d\bar{x} = 0 \rightarrow \boxed{T_c = T_i - \int_i^c p_y\,d\bar{x}}$$

3 $$\int_i^c dM - T\,d\bar{x} = 0 \rightarrow M_c - M_i - \int_i^c T\,d\bar{x} = 0 \rightarrow$$ ПАРЦИЈАЛНА ИНТ.

$u = \bar{x}_c - \bar{x}$

$dv = dT$

$$\boxed{M_c = M_i + T_i(\bar{x}_c - \bar{x}_i) - \int_i^c p_n(\bar{x}_c - \bar{x})\,dx}$$

$$N_c = N_k + \int_c^k p_t\,d\bar{x}$$

$$T_c = T_k + \int_c^k p_n\,d\bar{x}$$

$$M_c = M_k - \underbrace{(\bar{x}_k - \bar{x}_c)\,T_k} - \underbrace{\int_c^k p_n(\bar{x} - \bar{x}_c)\,d\bar{x}}$$

1. ОСНОВНЕ ЈЕДНАЧИНЕ ЛИНЕАРНЕ ТЕОРИЈЕ ШТАПА

- **1.7. Интеграли услова равнотеже штапа**
  - 1.7.1. Статички независне величине штапа

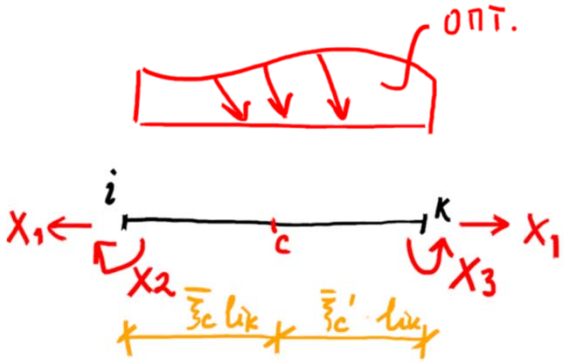
$$\begin{cases} X_1 = X_1(N_i, T_i, M_i, N_k, T_k, M_k) & \text{НПР. } N_i \\ X_2 = X_2(\ \text{-}\|\text{-}\ ) & \text{НПР. } M_i \\ X_3 = X_3(\ \text{-}\|\text{-}\ ) & \text{НПР. } M_k \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_c = N_i - \int_i^c p_t\, d\bar{x} \\ T_c = T_i - \int_i^c p_n\, d\bar{x} \\ M_c = M_i + T_i(\bar{x}_c - \bar{x}_i) - \int_i^c p_n(\bar{x}_c - \bar{x})\, d\bar{x} \end{cases}$$

$$\begin{array}{lcccccccc} & & X_i=0 & & X_1=1 & & X_2=1 & & X_3=1 \\ N = & & N_0 & + & N_1 X_1 & + & N_2 X_2 & + & N_3 X_3 \\ T = & & T_0 & + & T_1 X_1 & + & T_2 X_2 & + & T_3 X_3 \\ M = & & M_0 & + & M_1 X_1 & + & M_2 X_2 & + & M_3 X_3 \end{array}$$

$$X_1 = S_{ik} = \frac{1}{2}(N_i + N_k)$$

$$\left.\begin{array}{l} X_2 = M_i \\ X_3 = M_k \end{array}\right\}$$



$X_i = 0 \rightarrow X_1 = X_2 = X_3 = 0$, опт $\neq 0$

$X_i = 1\ (i = 1, 2, 3)$, $X_j = 0\ (j \neq i)$, опт $= 0$

$$\boxed{\begin{array}{l} N_c = N_{c0} + S_{ik} \\ T_c = T_{c0} + \dfrac{M_k - M_i}{l_{ik}} \\ M_c = M_{c0} + M_i \cdot \bar{\xi}_c' + M_k \cdot \bar{\xi}_c \end{array}}$$

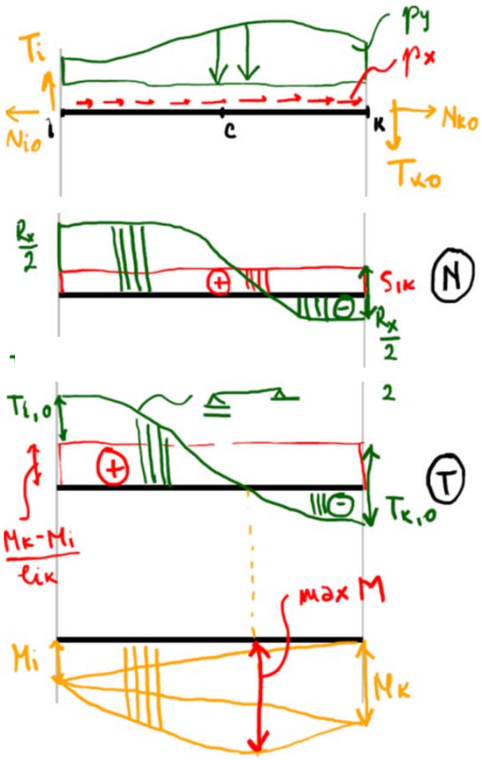
$0 \leq \xi \leq 1$

$0 \leq \xi' \leq 1$

$\longrightarrow$ M $\rightarrow$ T

1. ОСНОВНЕ ЈЕДНАЧИНЕ ЛИНЕАРНЕ ТЕОРИЈЕ ШТАПА

- **1.7. Интеграли услова равнотеже штапа**
  - 1.7.1. Статички независне величине штапа



$X_i = 0 \quad (X_1 = X_2 = X_3 = 0)$

$X_1 = 0 \Rightarrow S_{ik} = 0 = \frac{1}{2}(N_{i0} + N_{k0})$

$N_{i0} + N_{k0} = 0$

$\Sigma N = 0 : -N_{i0} + N_{k0} + R_x = 0$

$2N_{k0} = -R_x \Rightarrow N_{k0} = -\frac{R_x}{2}$

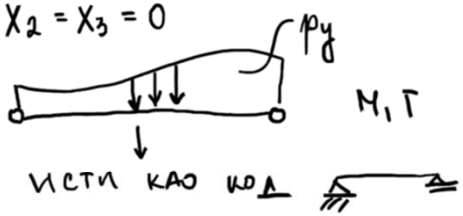
$N_{i0} = R_x/2$

$N_{c0} = \frac{R_x}{2} - \int_i^c p_x dx$

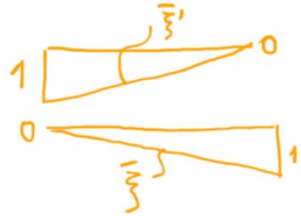
$$\boxed{N_c = S_{ik} + \frac{R_x}{2} - \int_i^c p_x dx}$$

$R_x = \int_i^k p_x dx$

$X_2 = X_3 = 0$



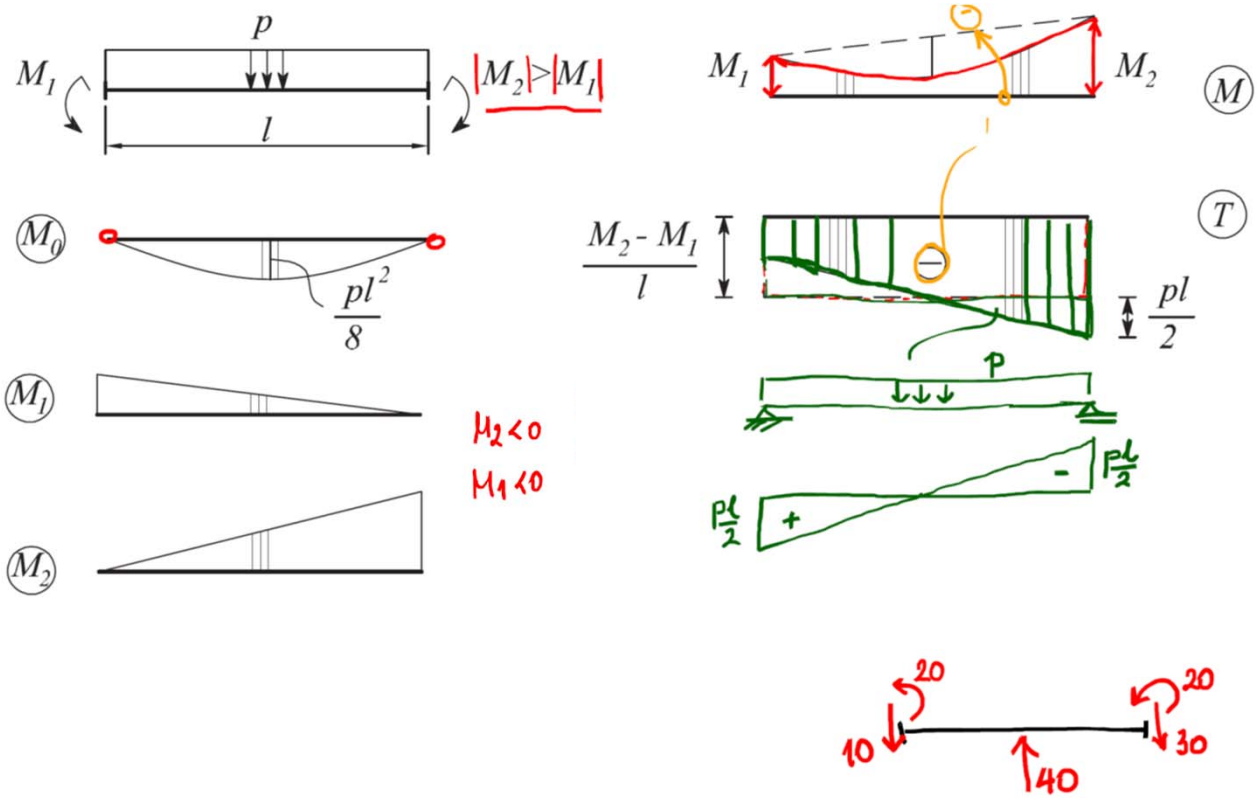
$\frac{dM}{ds} = T$

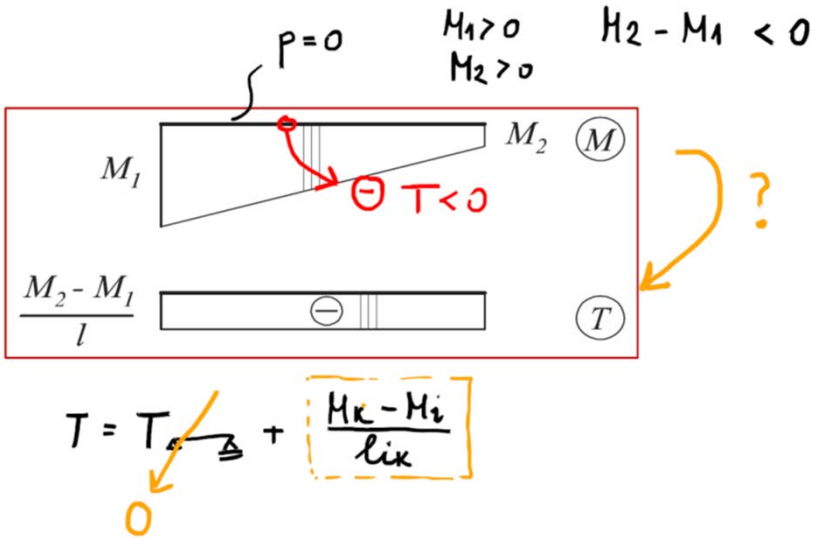


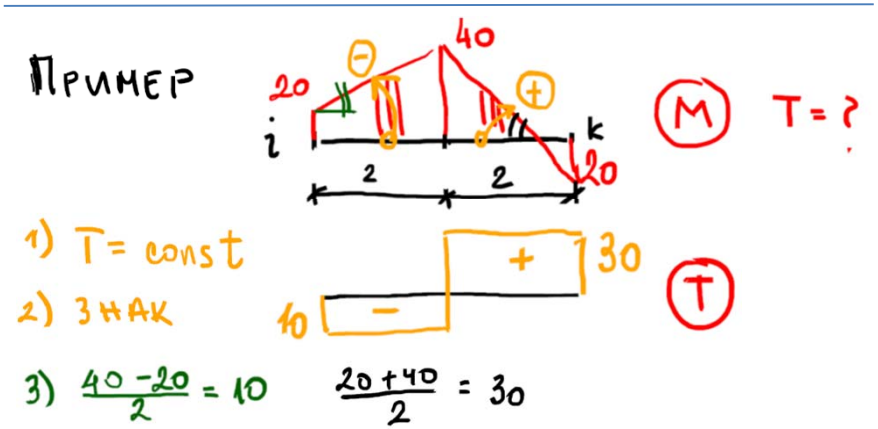
$$\boxed{\begin{aligned} T_c &= T_{c,\triangle} + \frac{M_k - M_i}{l_{ik}} \\ M_c &= M_{c,\triangle} + M_i \bar{\xi}_c' + M_k \bar{\xi}_c \end{aligned}}$$

1. ОСНОВНЕ ЈЕДНАЧИНЕ ЛИНЕАРНЕ ТЕОРИЈЕ ШТАПА

- **1.7. Интеграли услова равнотеже штапа**
  - 1.7.1. Статички независне величине штапа

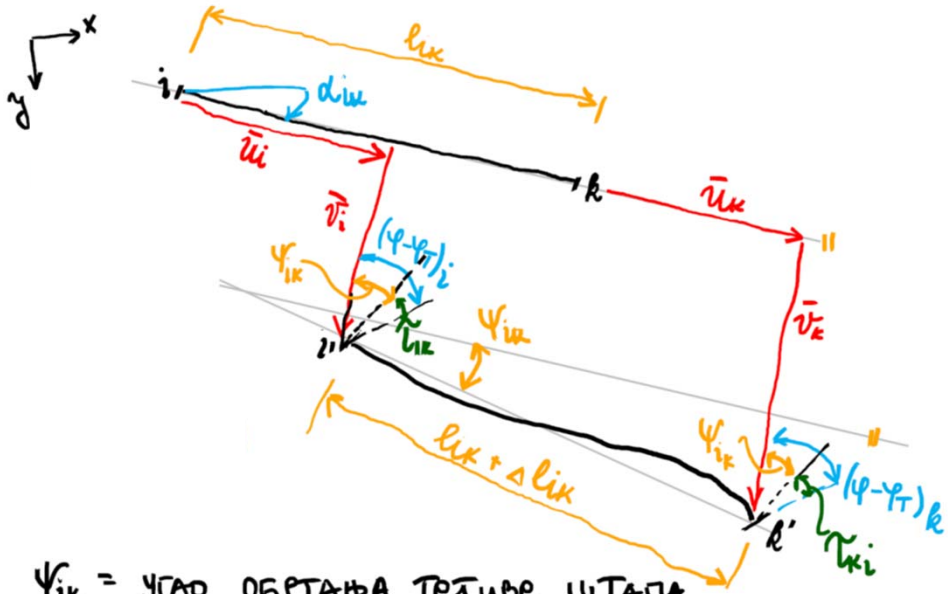






1. ОСНОВНЕ ЈЕДНАЧИНЕ ЛИНЕАРНЕ ТЕОРИЈЕ ШТАПА

- **1.8. Основне деформацијске величине штапа као целине**



ψ_{ik} = УГАО ОБРТАЊА ТЕТИВЕ ШТАПА

τ_{ik} = ДЕФОРМАЦ. УГАО НА КРАЈУ i

τ_{ki} = -||- -||- -||- k

Δl_{ik} = ПРОМЕНА ДУЖИНЕ ТЕТИВЕ ШТАПА

$$(\varphi-\varphi_T)_i = \psi_{ik} + \tau_{ik}$$

$$(\varphi-\varphi_T)_k = \psi_{ik} + \tau_{ki}$$

ЦИЉ: $\Delta l_{ik}, \tau_{ik}, \tau_{ki} \longleftrightarrow u, v, (\varphi-\varphi_T)$

$$(l_{ik}+\Delta l_{ik})\cos\psi_{ik} = l_{ik} + \bar{u}_k - \bar{u}_i$$

$$(l_{ik}+\Delta l_{ik})\sin\psi_{ik} = \bar{v}_k - \bar{v}_i$$

МАЛЕ ДЕФ:

$$\cos\psi_{ik} = 1$$

$$\sin\psi_{ik} = \psi_{ik}$$

$$\Delta l_{ik}\cdot\psi_{ik} = 0$$

$$\cancel{l_{ik}} + \Delta l_{ik} = \cancel{l_{ik}} + \bar{u}_k - \bar{u}_i$$

$$l_{ik}\psi_{ik} + \cancel{\Delta l_{ik}\psi_{ik}} = \bar{v}_k - \bar{v}_i$$

$$\boxed{\Delta l_{ik} = \bar{u}_k - \bar{u}_i}$$

$$\boxed{\psi_{ik} = \frac{\bar{v}_k - \bar{v}_i}{l_{ik}}}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\tau_{ik} &= (\varphi-\varphi_T)_i - \frac{\bar{v}_k - \bar{v}_i}{l_{ik}}\\ \tau_{ki} &= (\varphi-\varphi_T)_k - \text{-||-}\end{aligned}}$$

Г. К. С.

$$\bar{u} = u\cos\alpha_{ik} + v\sin\alpha_{ik}$$

$$\bar{v} = -u\sin\alpha_{ik} + v\cos\alpha_{ik}$$

1. ОСНОВНЕ ЈЕДНАЧИНЕ ЛИНЕАРНЕ ТЕОРИЈЕ ШТАПА

- **1.8. Основне деформацијске величине штапа као целине**

Циљ: $\Delta l_{ik}, \tau_{ik}, \tau_{ki} \longleftrightarrow u, v, (\varphi - \varphi_T)$

$$\boxed{\Delta l_{ik} = \bar{u}_k - \bar{u}_i} \qquad \boxed{\psi_{ik} = \frac{\bar{v}_k - \bar{v}_i}{l_{ik}}} \qquad \boxed{\begin{aligned} \tau_{ik} &= (\varphi - \varphi_T)_i - \frac{\bar{v}_k - \bar{v}_i}{l_{ik}} \\ \tau_{ki} &= (\varphi - \varphi_T)_k - \quad -\|- \end{aligned}}$$

Г. К. С.

$$\bar{u} = u \cos\alpha_{ik} + v \sin\alpha_{ik}$$
$$\bar{v} = -u \sin\alpha_{ik} + v \cos\alpha_{ik}$$
$$F_1 = F_1(u_i, v_i, u_k, v_k)$$
$$F_2 = F_2(u_i, v_i, u_k, v_k)$$

$\rightarrow$

$F_1(i,k)$

$$\Delta l_{ik} = \boxed{(u_k - u_i)\cos\alpha_{ik} + (v_k - v_i)\sin\alpha_{ik}}$$

$$\psi_{ik} = \boxed{\frac{(v_k - v_i)\cos\alpha_{ik} - (u_k - u_i)\sin\alpha_{ik}}{l_{ik}}}$$

$F_2(i,k)$

$$\boxed{\begin{aligned} \tau_{ik} &= (\varphi - \varphi_T)_i - F_2(i,k) \\ \tau_{ki} &= (\varphi - \varphi_T)_k - F_2(i,k) \end{aligned}}$$