Statički neodređeni nosači - pomeranja

Teorija konstrukcija - HVE

Predavanja: 10. sedmica

SNN - pomeranja

Pomeranja statički neodređenih nosača određuju se na isti način kao i kod statički određenih nosača.

SNN - pomeranja

Generalisano pomeranje statički neodređenog nosača dobija se primenom *principa virtualnih sila*.

Dijagram pomeranja zadatog poteza štapova statički neodređenog nosača određuje se primenom *statičko-kinematičke analogije nosača*.

SNN - pomeranja

I za jedan i za drugi postupak potrebno je odrediti sile u presecima u datom, *statički neodređenom nosaču*, usled zadatih spoljašnjih uticaja.

Određivanje pomeranja statički neodređenih nosača

Određivanje pomeranja statički neodređenih nosača

$$\delta_i = \int_s \frac{M\overline{M}}{EI} ds + \int_s \frac{N\overline{N}}{EF} ds + k \int_s \frac{T\overline{T}}{EF} ds +$$
$$+ \int_s \overline{N} \alpha_t t^o ds + \int_s \overline{M} \alpha_t \frac{\Delta t}{h} ds -$$
$$- \sum_j \overline{C}_j c_j$$

gde su:

- M, N, T sile u datom, statički neodređenom nosaču, usled spoljašnjih uticaja
- $\overline{M}, \overline{N}, \overline{T}$ i $\overline{C}_j$ sile u presecima i reakcije oslonaca j usled virtualne sile.

Virtualna sila je jedinična sila $\overline{P}_i = 1$ koja odgovara traženom generalisanom pomeranju δ_i.

Određivanje pomeranja statički neodređenih nosača

- Sile M, N i T predstavljaju stvarno ravnotežno stanje statički neodređenog nosača usled spoljašnjih uticaja, i dobijaju se primenom *metode sila*.
- Sile $\overline{M}, \overline{N}, \overline{T}$ i $\overline{C}_j$ predstavljaju **jedno moguće ravnotežno stanje** statički neodređenog nosača usled virtualne sile $\overline{P}_i = 1$.

Određivanje pomeranja statički neodređenih nosača

- U statički neodređenom nosaču usled virtualne sile $\overline{P}_i = 1$ postoji beskonačno mnogo mogućih ravnotežnih stanja.
- Jedno od tih stanja je i stanje u kome su sve statički nepoznate $X_i = 1, 2, \ldots, n$, jednake nuli.

Određivanje pomeranja statički neodređenih nosača

Nosač u kome su sve statički nepoznate veličine jednake nuli predstavlja **osnovni sistem** datog, statički neodređenog nosača, a sile koje se u njemu javljaju usled virtualne sile $\overline{P}_i = 1$ označavamo sa: $\overline{M}_0, \overline{N}_0, \overline{T}_0$ i $\overline{C}_{j0}$

Određivanje pomeranja statički neodređenih nosača

U tom slučaju princip virtualnih sila se može napisati u sledećem obliku:

$$\delta_i = \int_s \frac{M\overline{M}_0}{EI} ds + \int_s \frac{N\overline{N}_0}{EF} ds + k \int_s \frac{T\overline{T}_0}{EF} ds + \int_s \overline{N}_0 \alpha_t t^o ds + \int_s \overline{M}_0 \alpha_t \frac{\Delta t}{h} ds - \sum_j \overline{C}_{j0} c_j$$

gde su

- $\overline{M}_0, \overline{N}_0, \overline{T}_0$ i $\overline{C}_{j0}$ sile u presecima u *osnovnom sistemu* usled virtualne sile $\overline{P}_i = 1$,
- M, T i N sile u statički neodređenom nosaču usled spoljašnjih uticaja.

Određivanje pomeranja statički neodređenih nosača

Umesto da usled virtualne sile $\overline{P}_i = 1$ određujemo uticaje u statički neodređenom nosaču mi određujemo uticaje u *osnovnom sistemu* datog nosača, jer oni predstavljaju *jedno moguće ravnotežno stanje* statički neodređenog nosača.*

Na taj način se postupak određivanja pomeranja kod statički neodređenih nosača *znatno* pojednostavljuje.

*Preporučujemo da matematički dokaz ove tvrdnje pročitate u knjizi.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača

Dijagram pomeranja određenog poteza štapova statički neodređenih nosača određujemo na isti način kao i kod statički određenih nosača, primenom *statičko-kinematičke analogije*.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača

Prema statičko-kinematičkoj analogiji nosača vertikalna pomeranja v datog, statički neodređenog, nosača jednaka su momentima fiktivnog nosača M^f, dok su obrtanja poprečnih preseka $\varphi - \varphi_t$ jednaka transverzalnim silama T^f fiktivnog nosača opterećenog fiktivnim raspodeljenim opterećenjem p^f i fiktivnim raspodeljenim momentima m^f.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača

$$v \Leftrightarrow M^f$$

$$\varphi - \varphi_t \Leftrightarrow T^f$$

$$p^f = \frac{\kappa}{\cos\alpha} = \left(\frac{M}{EI} + \alpha_t \frac{\Delta t}{h}\right) \sec\alpha$$

$$m^f = \epsilon \tan\alpha + \varphi_t = \left(\frac{N}{EF} + \alpha_t t^o\right) \tan\alpha + k\frac{T}{GF}$$

M, N i T su sile u presecima datog, statički neodređenog, nosača.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača

Fiktivni nosač je prav, upravan na pravac pomeranja koje tražimo, čiji granični i prelazni uslovi po silama odgovaraju graničnim i prelaznim uslovima po pomeranjima datog, statički neodređenog, nosača:

$$v_i \Leftrightarrow M_i^f$$
$$(\varphi - \varphi_t)_i \Leftrightarrow T_i^f$$

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača

Za razliku od st*atički određenih nosača*, čiji fiktivni nosači mogu biti

- statički određeni ili
- statički neodređeni,

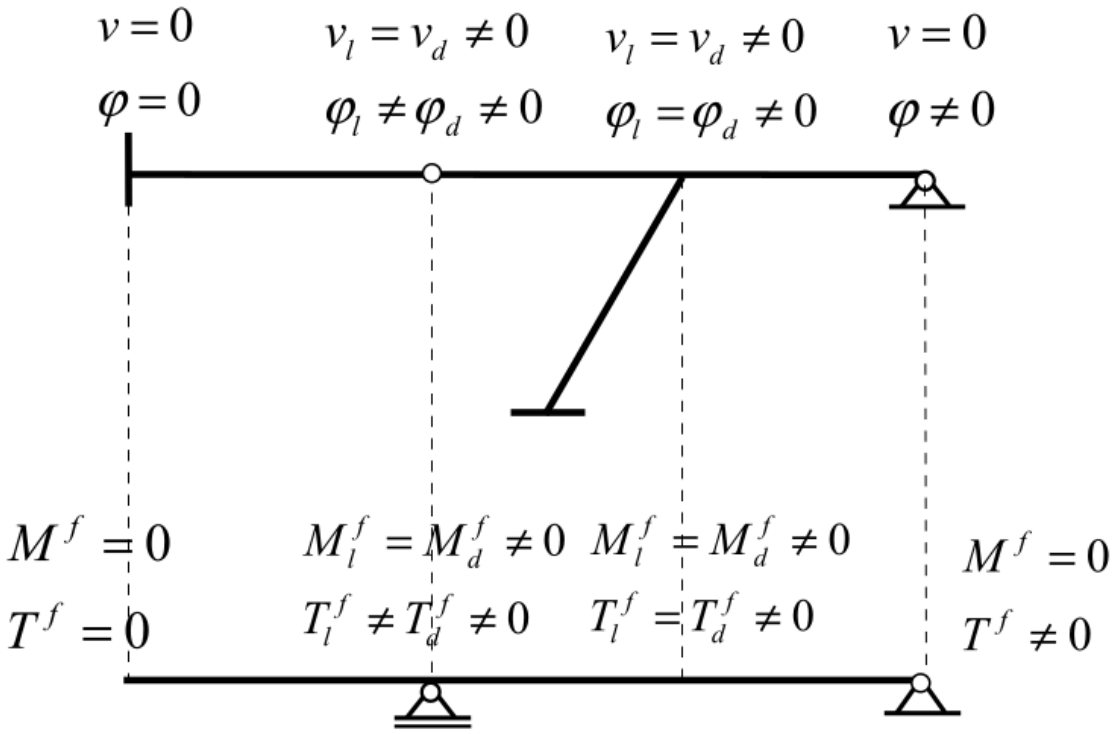
fiktivni nosači *statički neodređenih nosača* mogu biti

- statički određeni,
- statički neodređeni ili
- statički preodređeni.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača

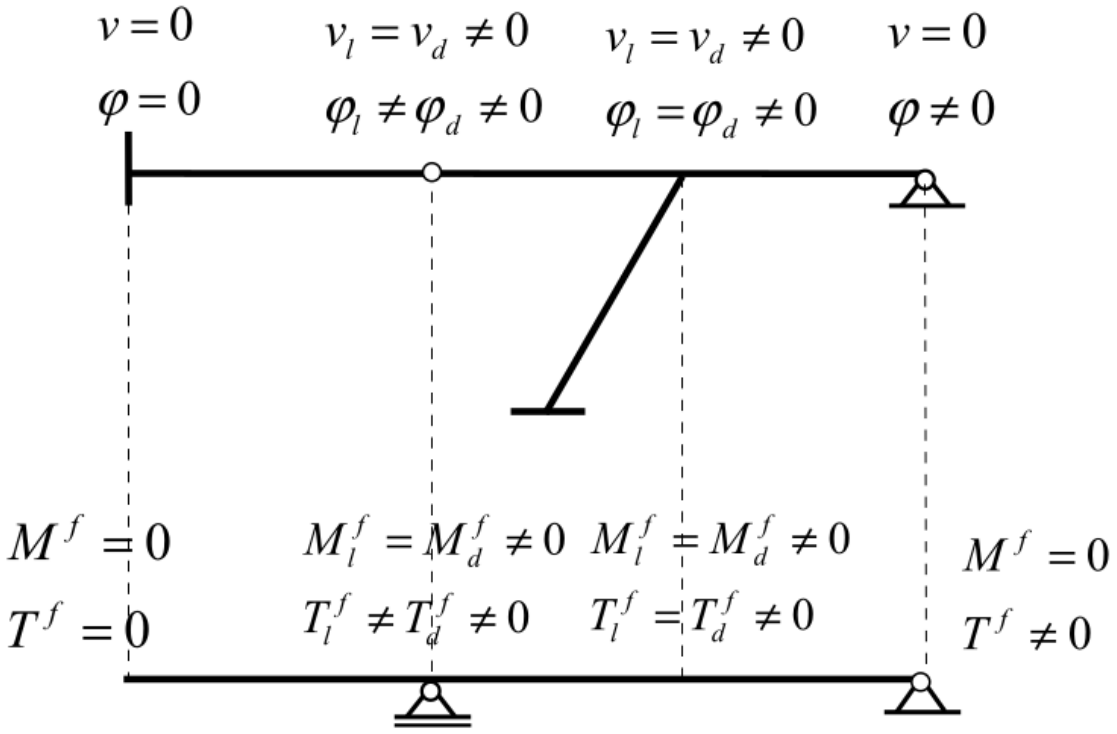
Ako je fiktivni nosač *statički određen*, dijagram momenata fiktivnog nosača se dobija direktno, koristeći samo uslove ravnoteže fiktivnog nosača.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača



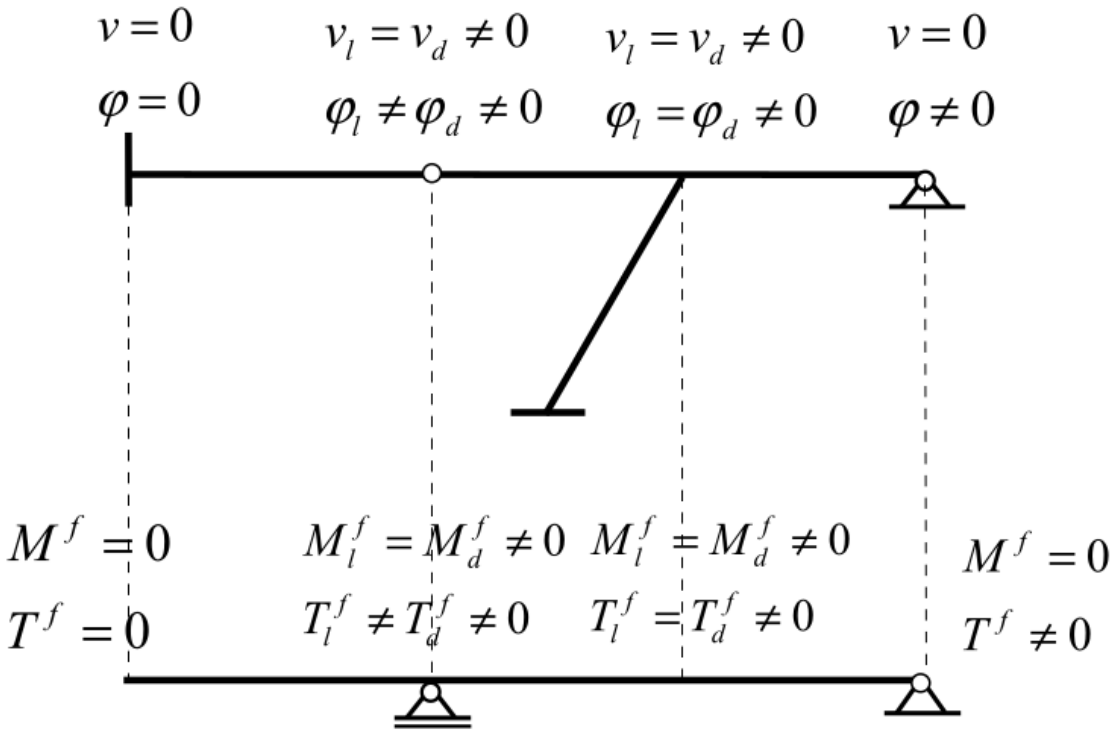
Na slici je prikazan statički neodređen nosač čiji je fiktivni nosač statički određena greda sa prepustom.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača



Reakcije oslonaca i sile u preseku fiktivnog nosača opterećenog fiktivnim opterećenjem p^f se dobijaju direktno iz uslova ravnoteže.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača

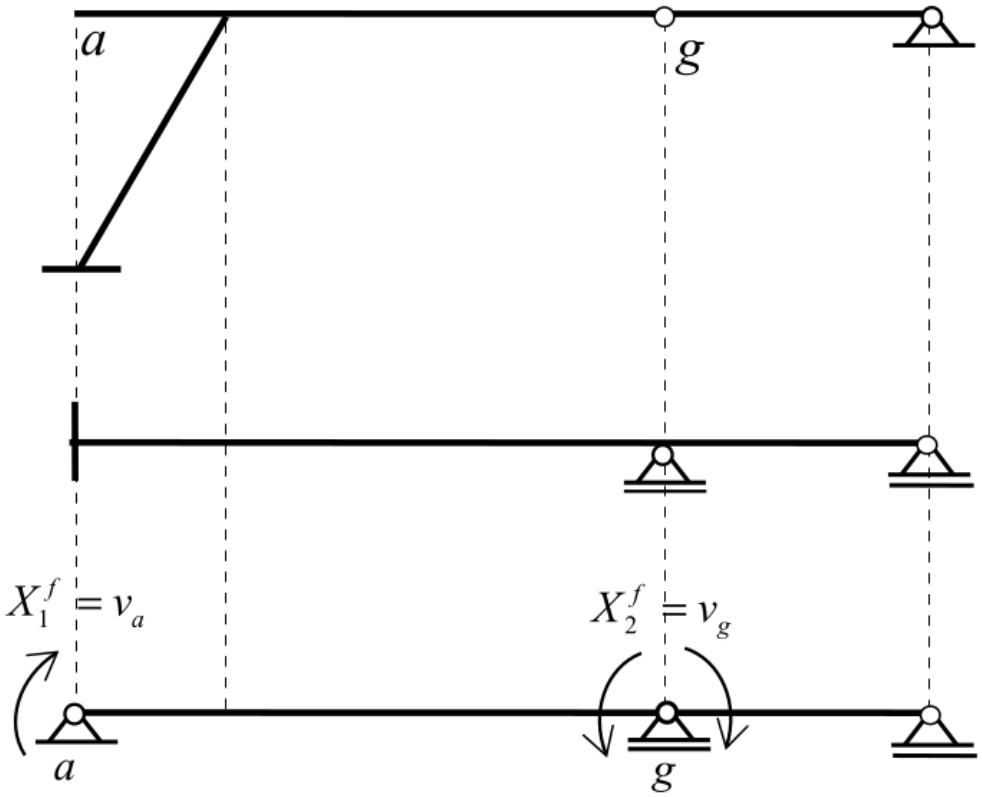


Dijagram momenata $M^f = v$, je jednak dijagramu vertikalnih pomeranja datog nosača.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača

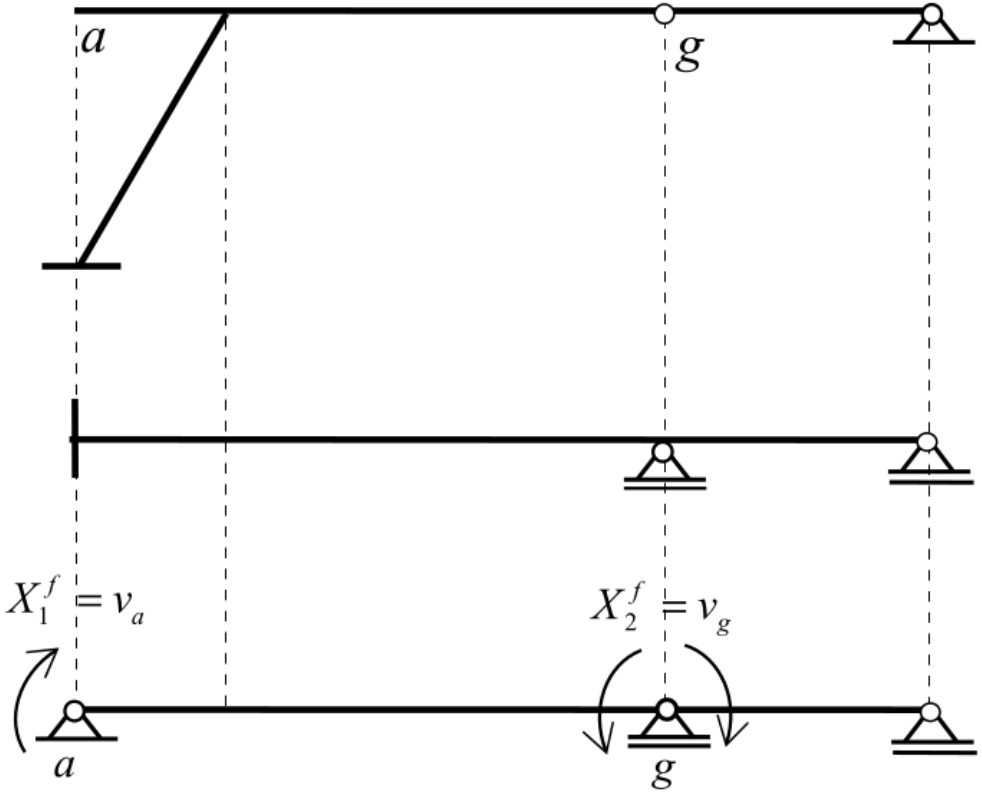
Ako je fiktivni nosač *statički neodređen*, statičke nepoznate fiktivnog nosača, na osnovu *statičko-kinematičke analogije*, određujemo kao pomeranja datog nosača primenom *principa virtualnih sila*.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača



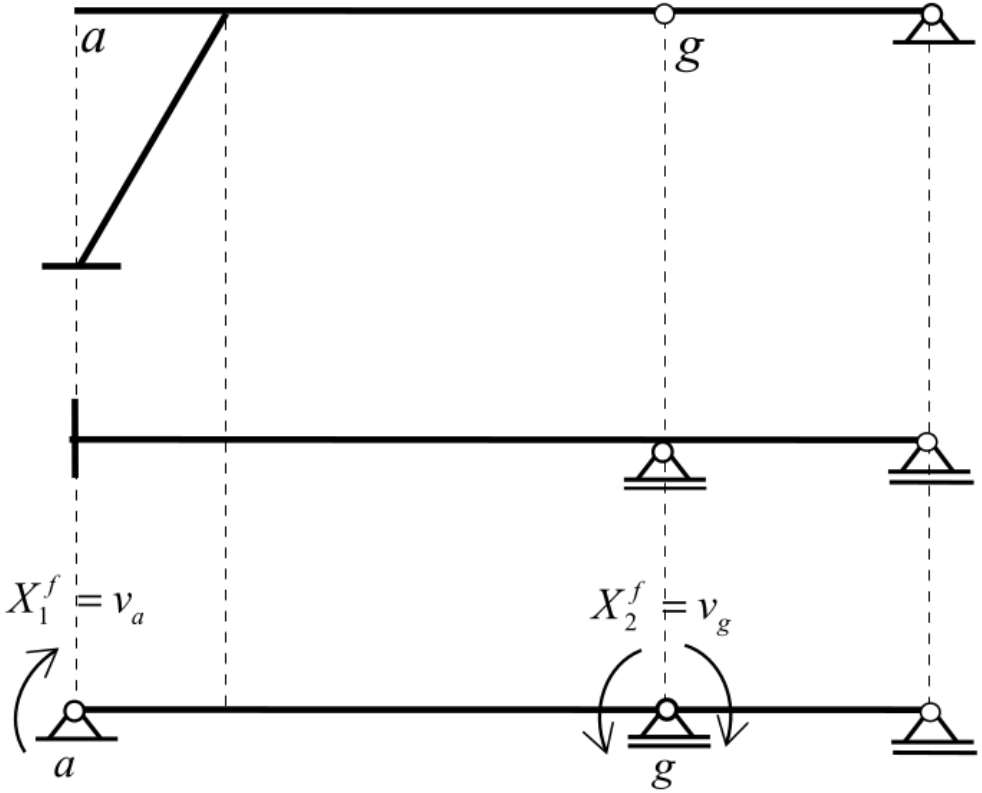
Na slici je prikazan statički neodređen nosač čiji je fiktivni nosač dva puta statički neodređen.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača



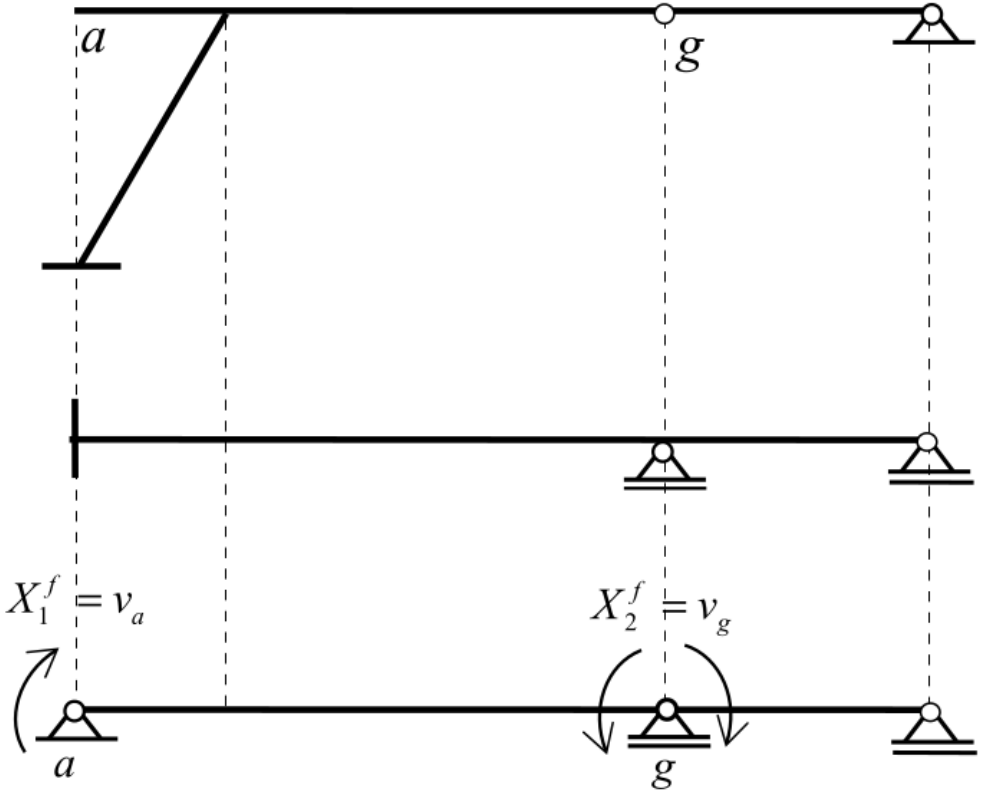
Ako za statički nepoznate fiktivnog nosača izaberemo momente u tačkama a i g, dobijamo osnovni sistem koji se sastoji od dve nezavisne proste grede.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača



Statička nepoznata X_1^f predstavlja momenat fiktivnog nosača M_a i prema statičko-kinematičkoj analogiji jednaka je vertikalnom pomeranju, v_a, tačke a datog nosača.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača



Statička nepoznata X_2^f je na isti način jednaka vertikalnom pomeranju, v_g, tačke g datog nosača.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača

Vrednost statički nepoznatih X_1^f i X_2^f određujemo primenom *principa virtualnih sila*:

$$X_i^f = \int_s \frac{M\overline{M}_{i0}}{EI} ds, \quad i = 1, 2$$

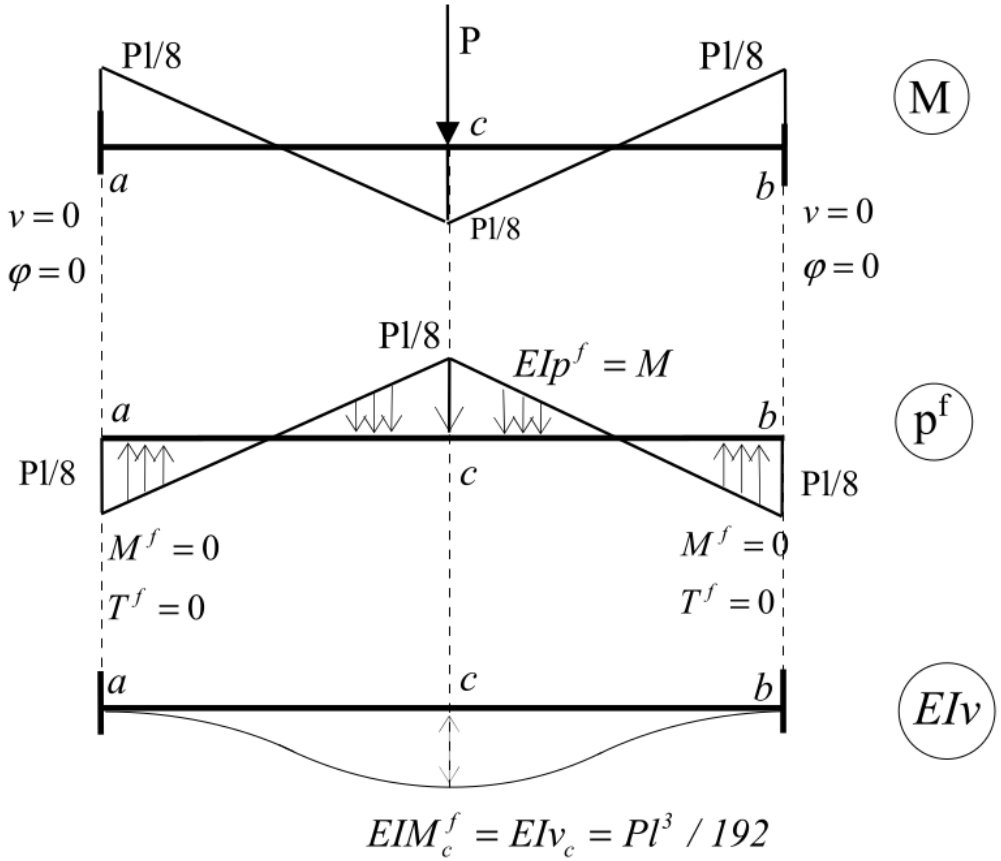
gde je

- M dijagram momenata u datom, statički neodređenom nosaču usled spolja- šnjih uticaja,
- $\overline{M}_{i0}$ dijagram momenata u osnovnom sistemu tog nosača usled delovanja vertikalne sile $\overline{P} = 1$ u tački $i = a, g$.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača

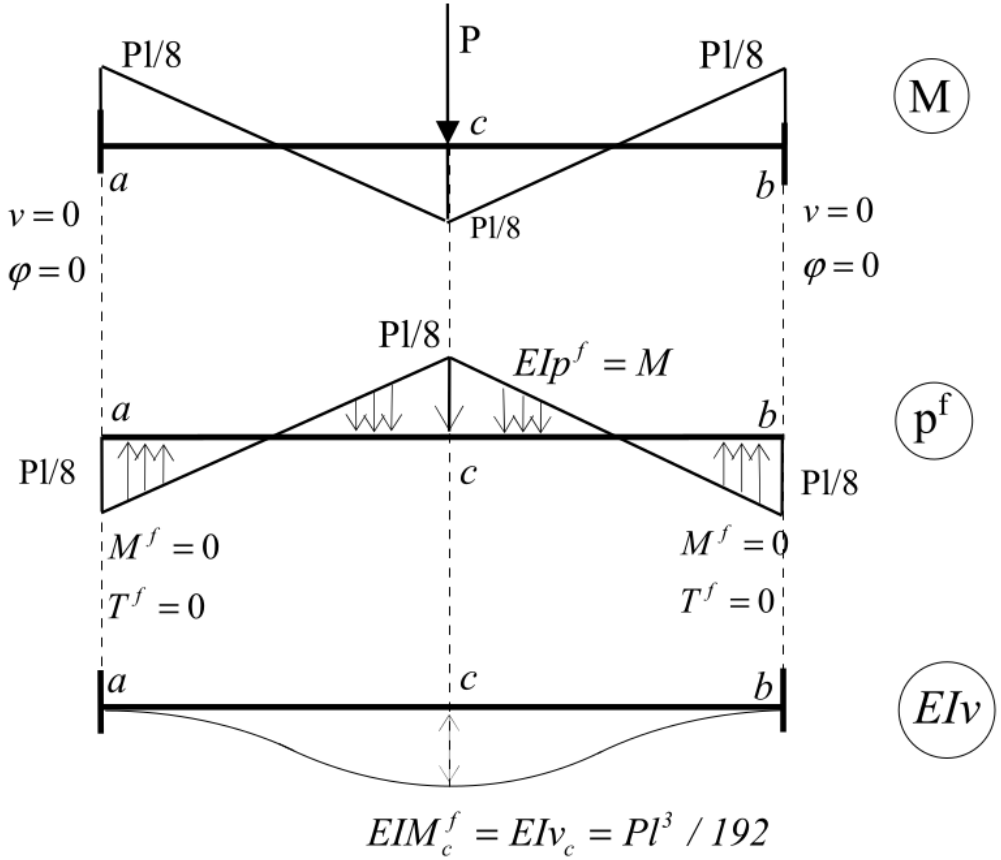
Ako je fiktivni nosač *labilan*, dijagram momenata se dobija direktno, iz uslova ravnoteže, zahvaljujući činjenici da su labilni fiktivni nosači opterećeni ravnotežnim fiktivnim opterećenjem.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača



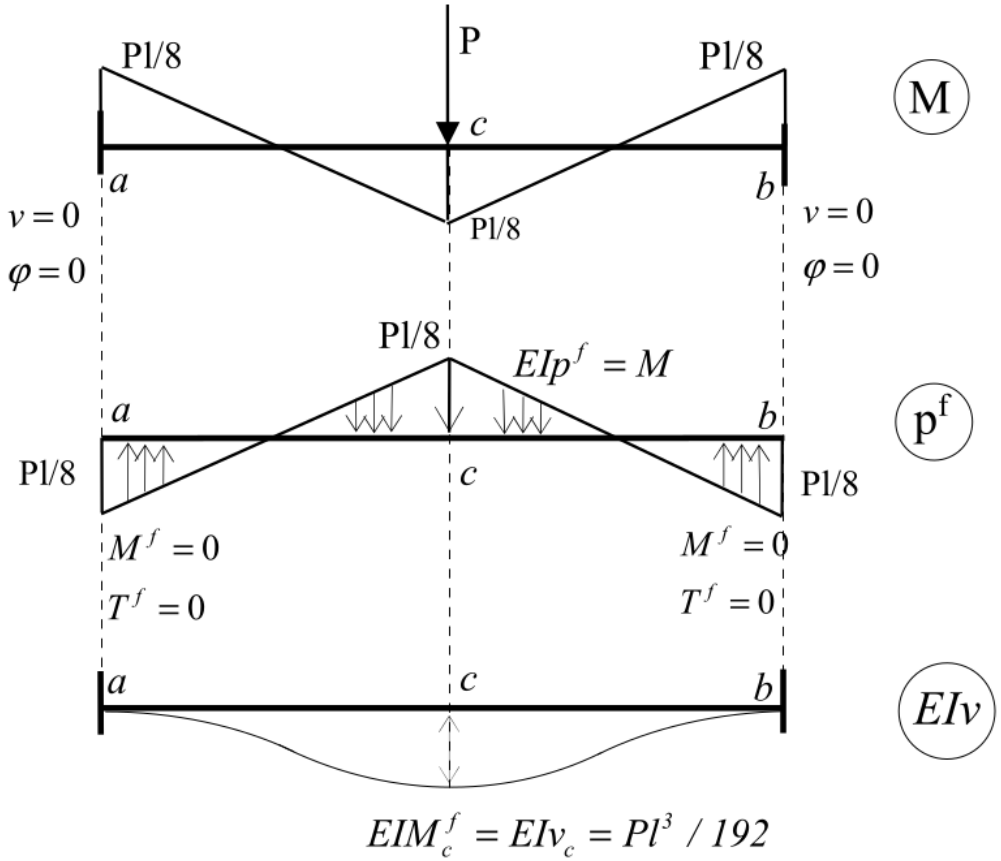
Na slici prikazan je statički neodređen nosač čiji je fiktivni nosač statički preodređen, tj. kinematički labilan.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača



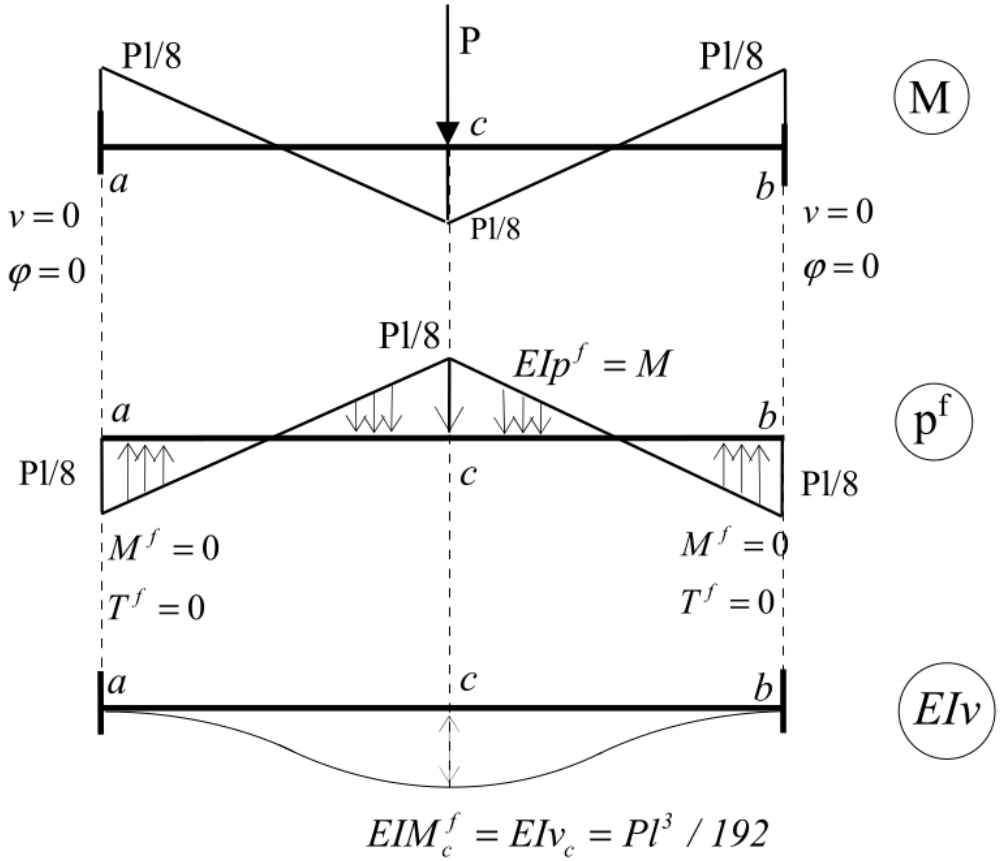
Fiktivno opterećenje labilnog nosača identički zadovoljava uslove ravnoteže, $\sum V = 0, \sum M_a = 0, \sum M_b = 0$.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača



Dijagram momenata fiktivnog nosača dobija se direktnim sračunavanjem vrednosti momenta u pojedinim tačkama idući od jednog kraja grednog nosača ka drugom.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača



Dijagram momenata fiktivnog nosača jednak je dijagramu vertikalnih pomeranja stvarnog nosača.

Određivanje dijagrama pomeranja statički neodređenih nosača

Preporučujemo da o određivanju generalisanih pomeranja i o određivanju dijagrama pomeranja statički neodređenih rešetkastih nosača pročitate u knjizi.

Mira Petronijević
TEORIJA
KONSTRUKCIJA
1
Univerzitet u Beogradu - Građevinski fakultet
Akademska misao

LINK