Pomeranja

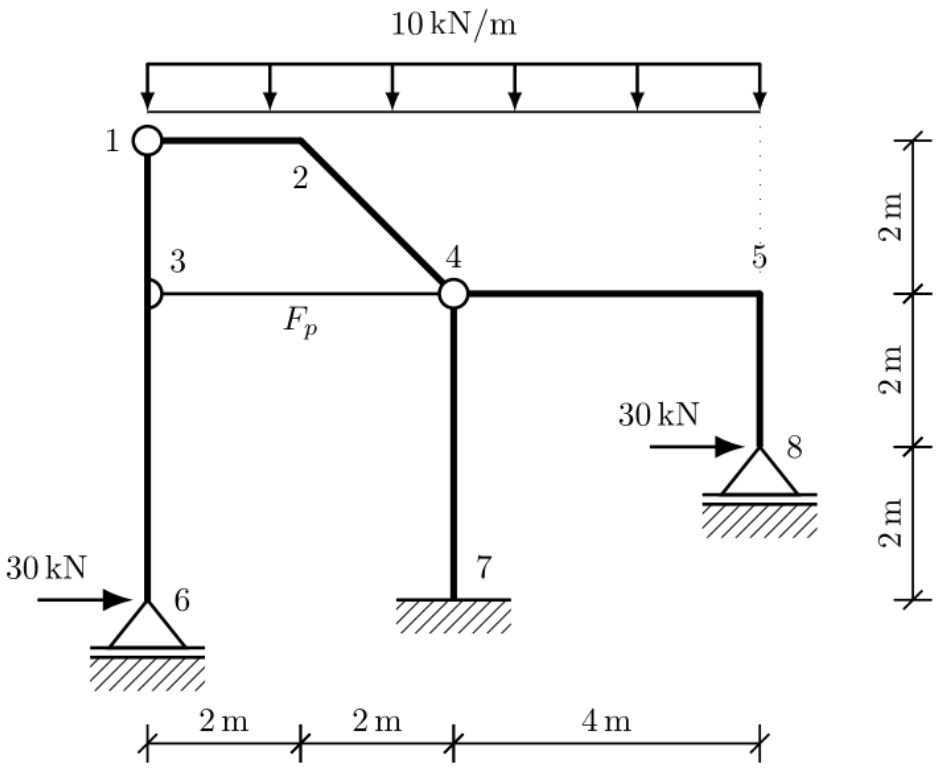
Teorija konstrukcija - HVE

Vežbe: 6. sedmica

Primer 1

Za nosač prikazan na slici, usled zadatog opterećenja
1. nacrtati dijagrame sila u presecima;
2. odrediti promenu dužine štapa 3-4;
3. odrediti razliku obrtanja štapova 4-5 i 5-8;
4. odrediti horizontalno pomeranje čvora 4.

Uticaj transverzalnih sila na deformaciju zanemariti.
Uticaj normalnih sila na deformaciju zanemariti na punom delu nosača.



$EI = 10^5\,\mathrm{kN\,m^2}$

$I/F = 0$

prosti štapovi

$I/F_p = 0.1\,\mathrm{m^2}$

Primer 1

Nosač* možemo podeliti na tri celine:

(1) luk sa tri zgloba 6-3-1-2-4

(2) prosta greda 4-5-8

(3) konzola 4-7

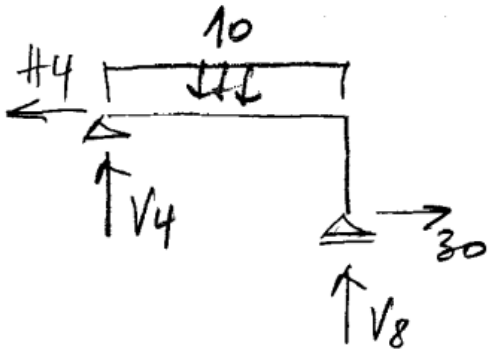
Luk sa tri zgloba (1) i prosta greda (2) oslanjaju se na konzolu (3).†

*Za vežbu: izvršiti statičku klasifikaciju nosača.

†Za vežbu: Izvršiti strukturnu analizu nosača.

Primer 1

Prosta greda (2)



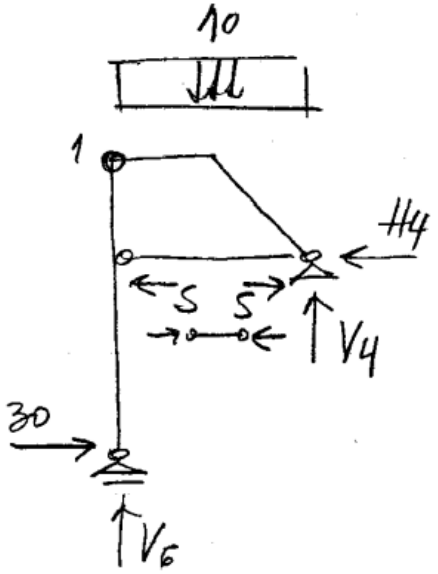
$\Sigma H = 0 \rightarrow H_4 = 30\,kN$

$\Sigma M_8 = 0 \rightarrow 4V_4 - 4 \cdot 10 \cdot 2 - 2H_4 = 0 \quad V_4 = 35\,kN$

$\Sigma V = 0 \rightarrow V_8 = 5\,kN$

Primer 1

Luk sa tri zgloba (1)



$\Sigma M_1^L = 0 \rightarrow 30 \cdot 6 - 2 \cdot S = 0 \quad S = 90\,kN$

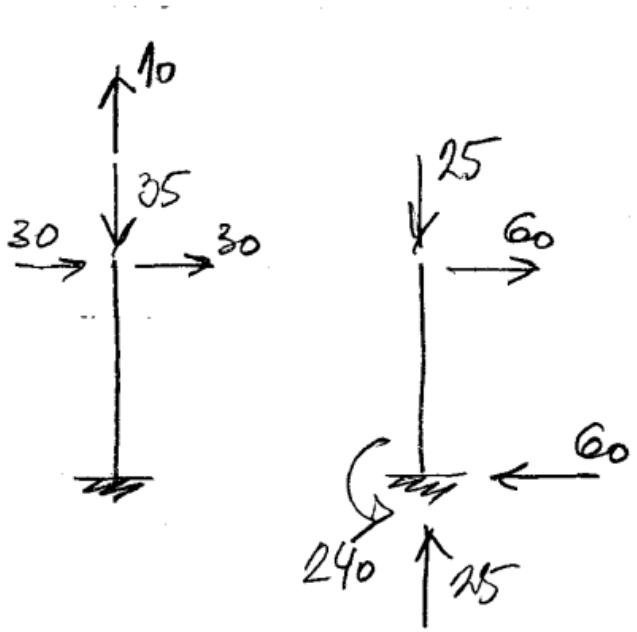
$\Sigma H = 0 \rightarrow H_4 = 30\,kN$

$\Sigma M_4 = 0 \rightarrow 4V_6 - 30 \cdot 4 - 10 \cdot 4 \cdot 2 = 0 \quad V_6 = 50\,kN$

$\Sigma V = 0 \rightarrow V_4 = -10\,kN$

Primer 1

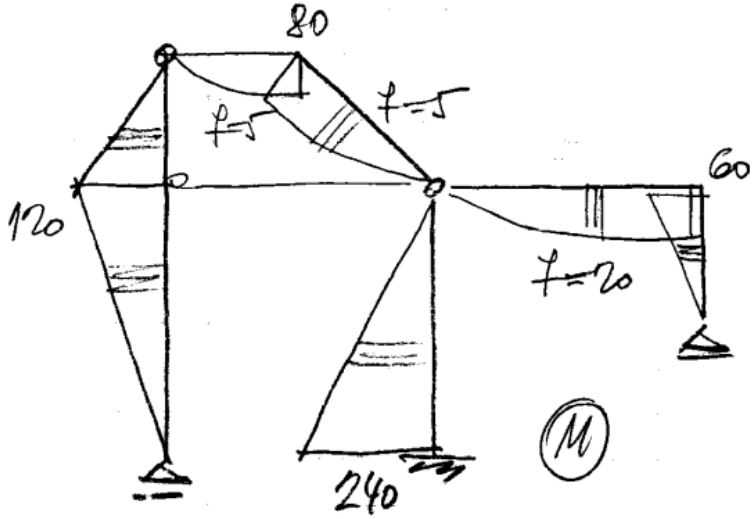
Reakcije luka sa tri zgloba (1) i proste grede (2) prenosimo na konzolu (3) i računamo reakcije konzole.

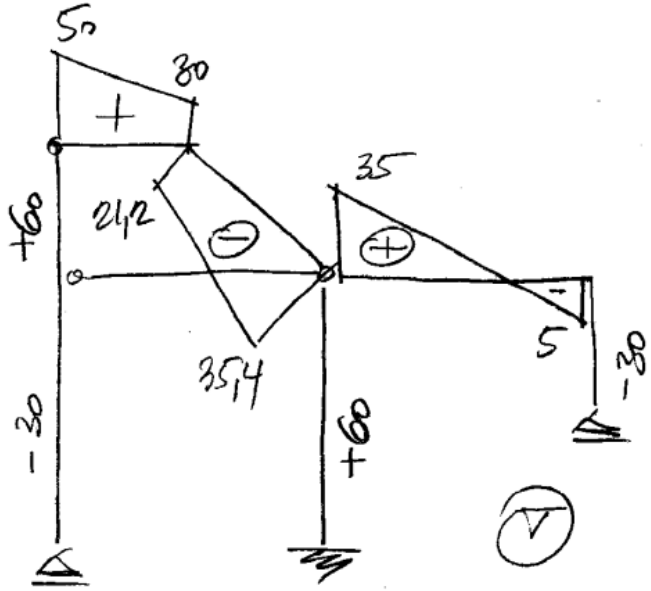


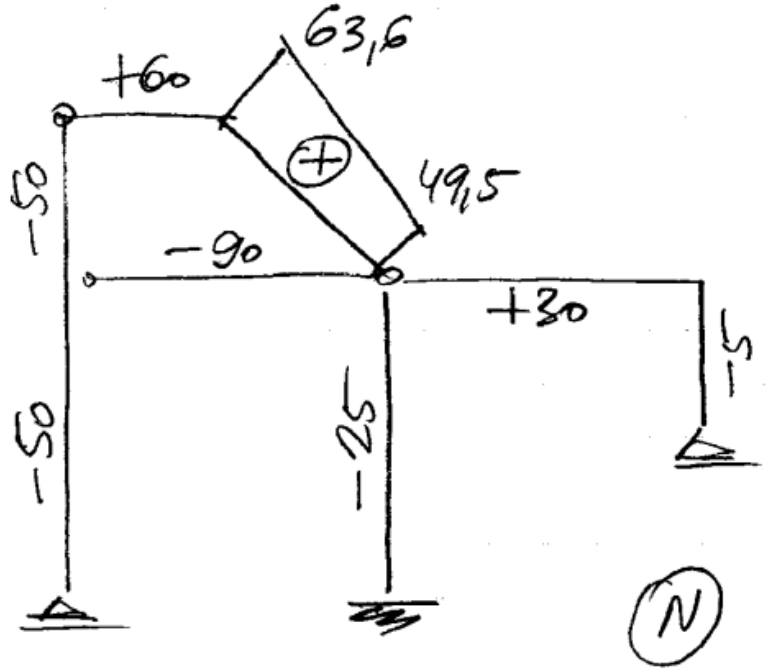
Primer 1

Pošto smo odredili sve sile veza i reakcije nosača, crtamo dijagrame sila u presecima.

Prvo crtamo dijagrame momenata - M.
Na osnovu dijagrama M određujemo dijagram T sila.
Na osnovu dijagrama T sila određujemo dijagram N sila.


80
q=5
q=5
120
60
q=20
240
M

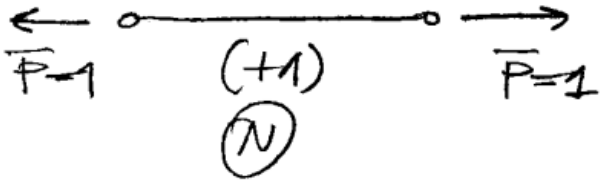

50
80
+
+60
21,2
35
35,4
5
-30
-30
+60
V


63,6
+60
49,5
-50
-90
+30
-5
-50
-25
N

Primer 1: promena dužine štapa 3-4

Generalisane sile deluju samo na štapu 3-4 i uravnotežene su.

Takvo opterećenje ne izaziva uticaje u ostatku nosača.

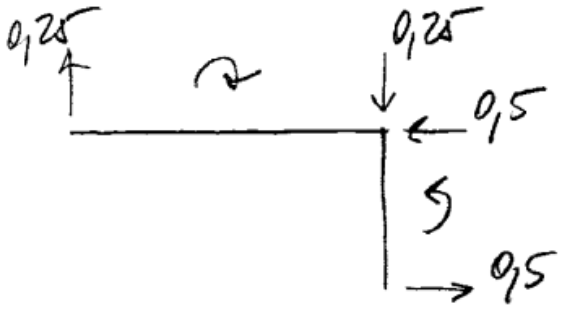


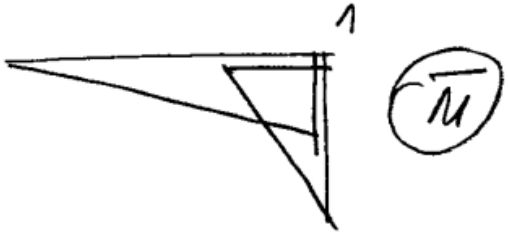
$$EI\,\delta_{34} = \frac{I}{F}\int_s N\bar{N}\,ds$$

$$= 0{,}1\cdot 4\cdot 1\cdot(-90) = -36$$

Primer 1: razlika obrtanja štapova 4-5 i 5-8

Generalisane sile deluju na krutoj ploči 4-5-8 i uravnotežene su. Takvo opterećenje ne izaziva uticaje u ostatku nosača.





$$EI\delta = \int M\bar{M}ds =$$

$$= \frac{4}{3}1\cdot 60 + \frac{4}{3}\cdot 1\cdot 20 + \frac{2}{3}1\cdot 60$$

$$= 80 + 26{,}\dot{6} + 40 = 146{,}\dot{6}$$

Primer 1: horizontalno pomeranje čvora 4

Generalisana sila deluje u čvoru 4, koji pripada stabilnom delu nosača (3). Uticaji se ne prenose na labilne delove nosača (1) i (2).

$$EI\delta = \int M\bar{M}ds =$$

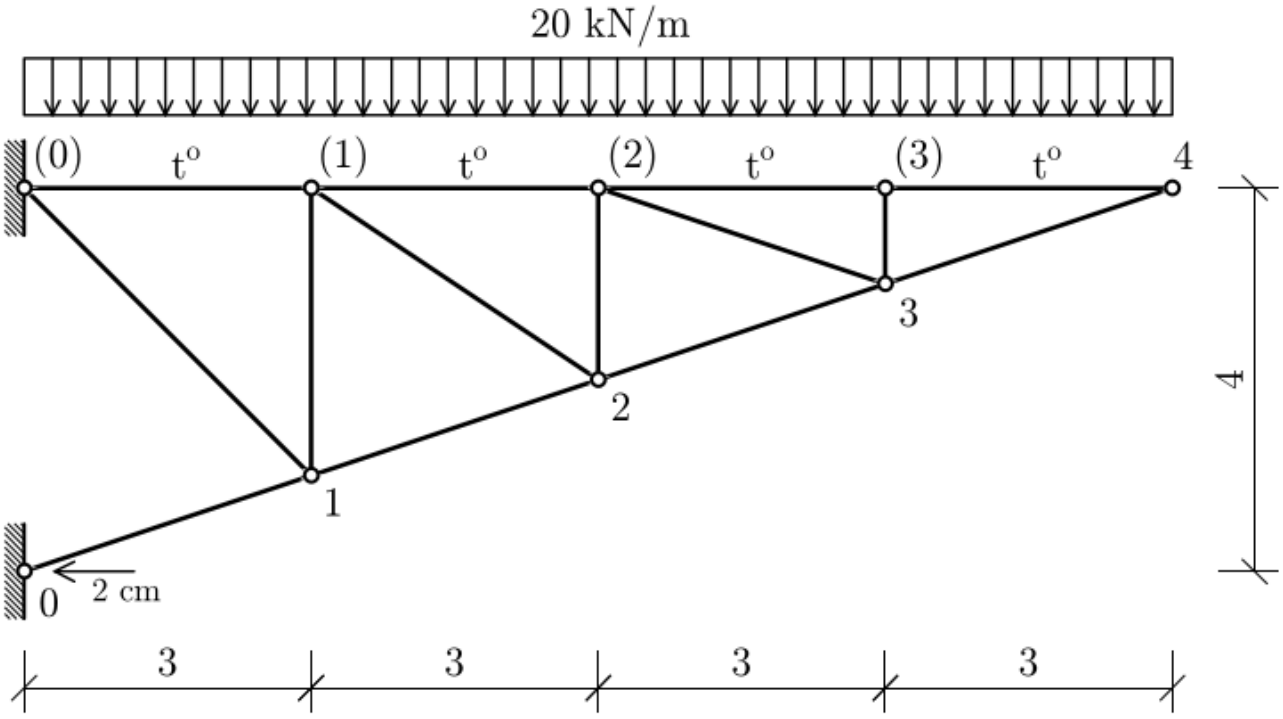
$$= \frac{4}{3} \cdot 4 \cdot 240 = 1280$$

Primer 2

Za rešetkasti nosač prikazan na slici, odrediti:

1. usled zadatog opterećenja
   1.1 promenu ugla između štapova V_2 i D_3
2. usled temperaturne promjene $t = 10^oC$ u osama štapova gornjeg pojasa
   2.1 vertikalno pomeranje čvora 4,
   2.2 promenu rastojanja čvorova 1 i (2),
3. usled horizontalnog pomeranja oslonca 0 za $2cm$
   3.1 obrtanje štapa O_2,
   3.2 vertikalno pomeranje čvora 4

Primer 2



$$\alpha_t = 10^{-5}\ 1/^oC$$

$$EF = 10^5\ kN$$

$$F_O = F_U = F$$

$$F_V = F_D = \frac{2}{3}F$$

Primer 2

Izrazi za pomeranja:

$$EF_c\delta_{io} = \sum_s S\bar{S}\frac{F_c}{F}l = \sum_s S\bar{S}l''$$

$$EF_c\delta_{it} = EF_c\sum_s \bar{S}\alpha_t t^o l$$

$$EF_c\delta_{ic} = -EF_c\sum_j \bar{C}_j c_j$$

Gde je

$$l'' = \frac{F_c}{F}l$$

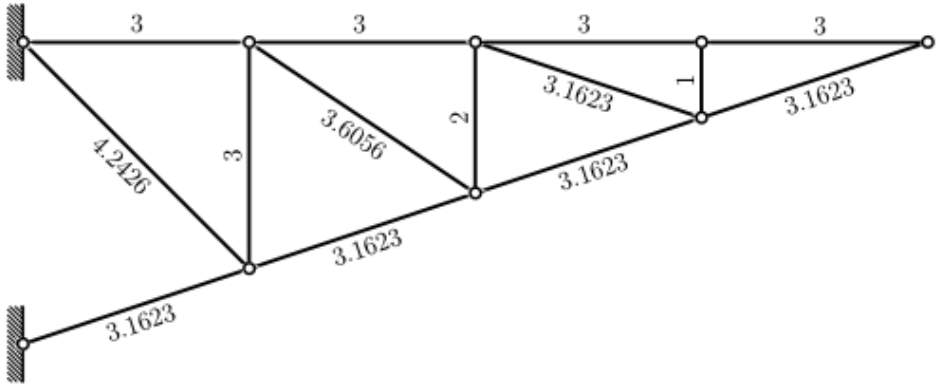
redukovana dužina štapa.

Primer 2

Za proračun će nam biti potrebne sile u štapovima (određene na prethodnom času) i redukovane dužine štapova.

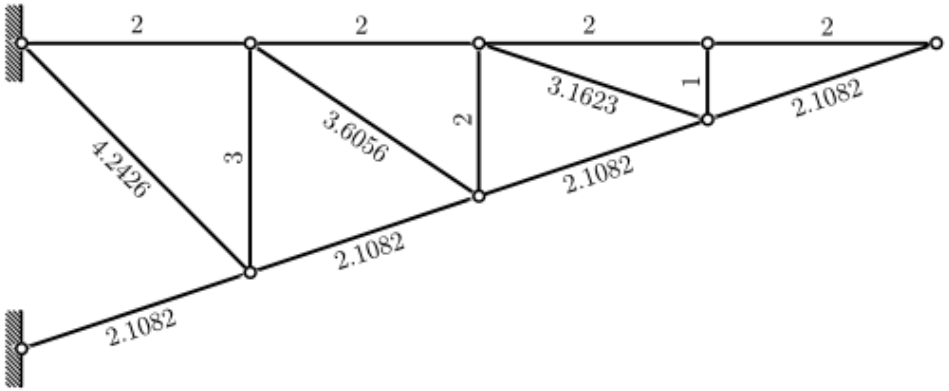
Primer 2: šema dužina štapova

Stvarne dužine štapova:



l

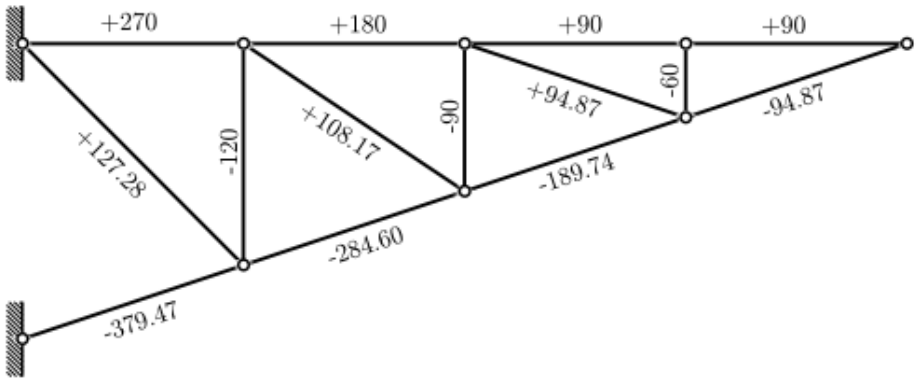
Redukovane dužine štapova:



l''

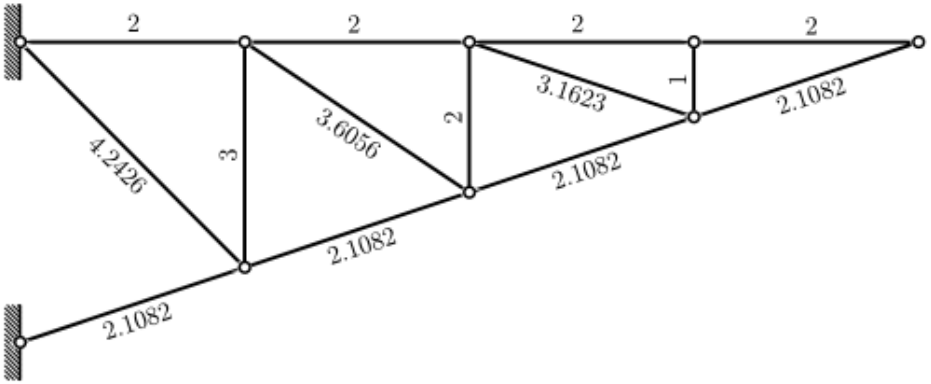
Primer 2: sile u štapovima i redukovane dužine štapova

Sile u štapovima:



S

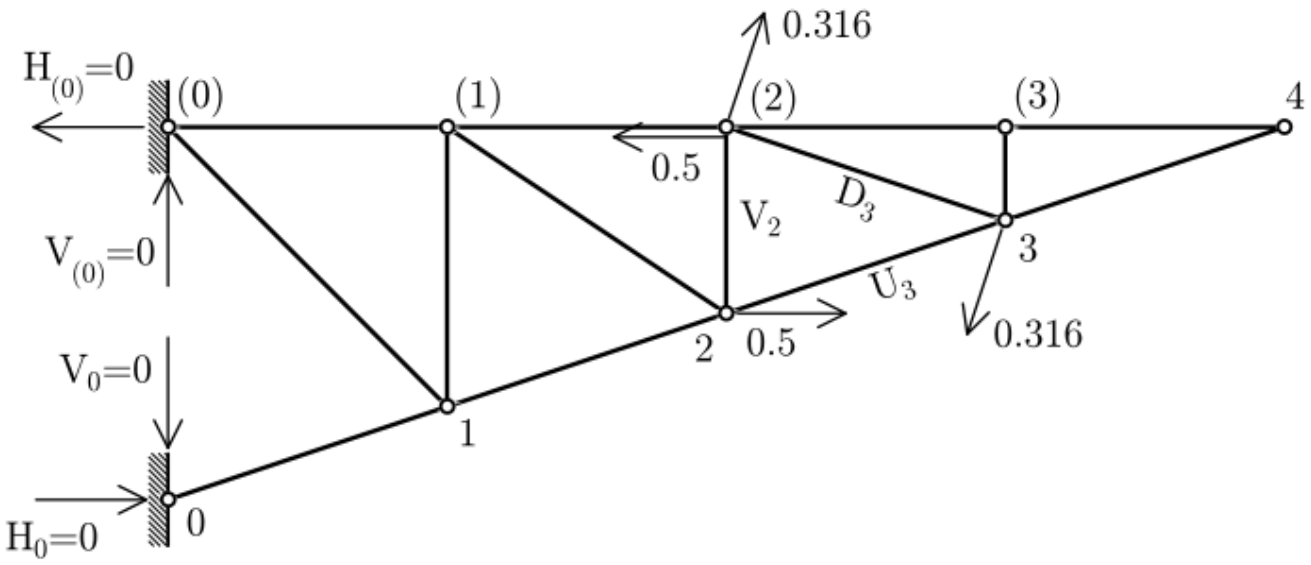
Redukovane dužine štapova:



l''

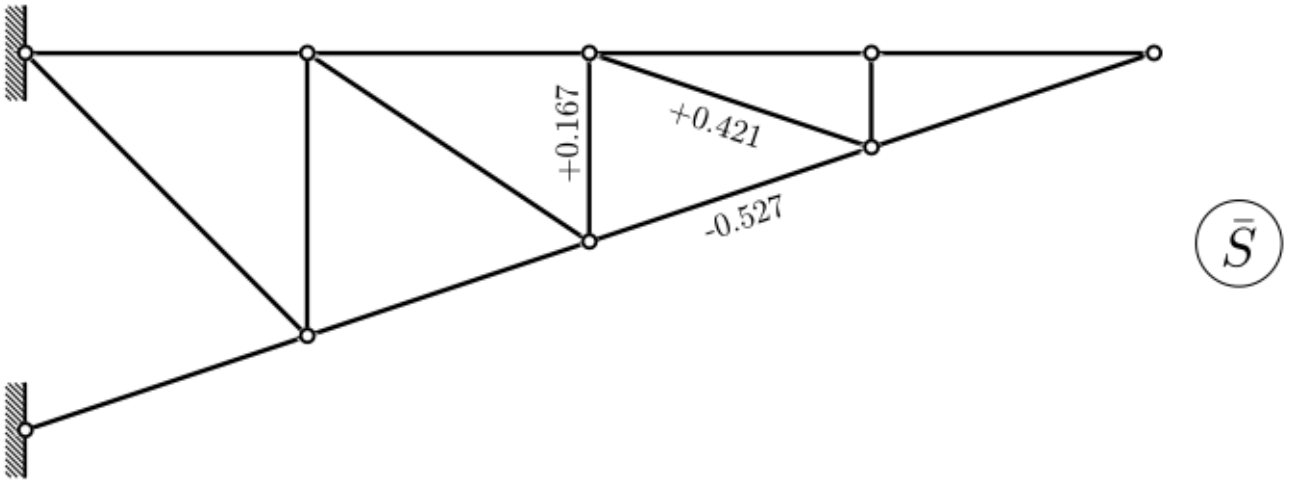
Primer 2: promena ugla između štapova V_2 i D_3

Generalisane sile: jedinične momente koji obrću štapove V_2 i D_3 prevodimo u spregove sila amplitude $\frac{1}{l_{ik}}$, gde je l_{ik} dužina štapa.



Primer 2: promena ugla između štapova V_2 i D_3

Pošto su sile uravnotežene, ne izazivaju reakcije nosača, a unutrašnje sile se javljaju samo u štapovima V_2, D_3 i U_3.



Primer 2: promena ugla između štapova V_2 i D_3

Pomeranje određujemo pomoću izraza:

$$EF_c\delta_{io} = \sum_s S\bar{S}l''$$

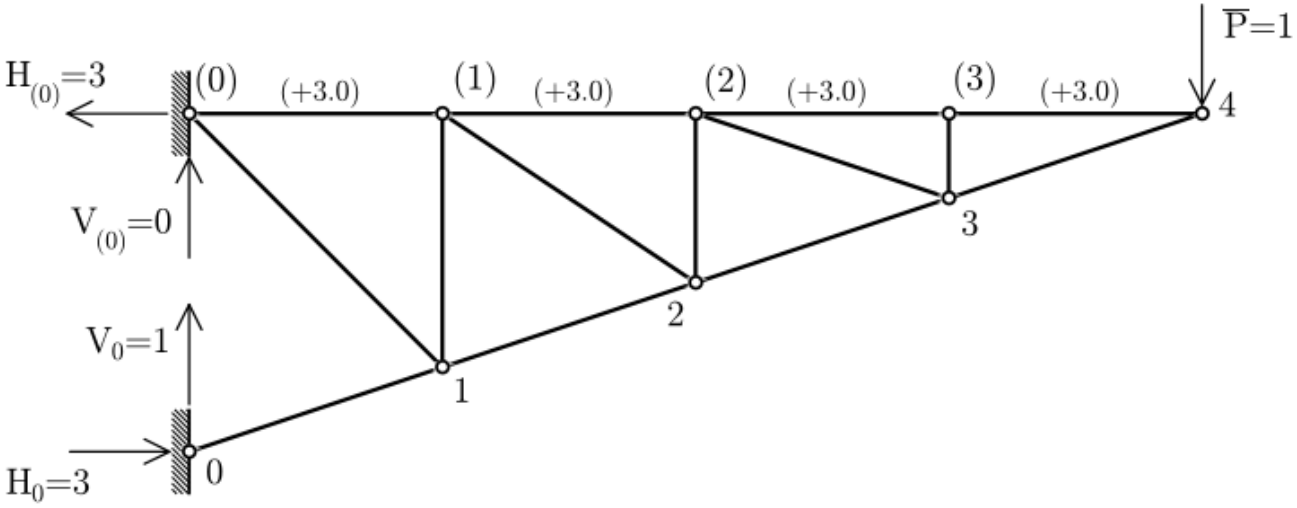
Vrednosti S i l'' date su na slajdu 16.

Vrednosti $\overline{S}$ date su na slajdu 18.

$$\begin{aligned}
EF_c\delta_{\varphi 0} =& (-0.572)\cdot(-189.74)\frac{2}{3}3.162 \\
&+ 0.167(-90)\cdot 232 \\
&+ 0.421\cdot 94.87\cdot 3.162 = 317.011 \\
EF_c =& \frac{2}{3}10^5 = 6.666\cdot 10^4 \\
\delta_{\varphi 0} =& \frac{317.011}{6.666\cdot 10^4} = 0.00476 \text{ rad} = 15'30''
\end{aligned}$$

Primer 2: vertikalno pomeranje čvora 4 usled t^o

Pošto temperatura t^o deluje duž gornjeg pojasa rešetke, sile u presecima $\overline{S}$ usled generalisane sile $\overline{P}$ tražićemo samo u štapovima gornjeg pojasa O_i.

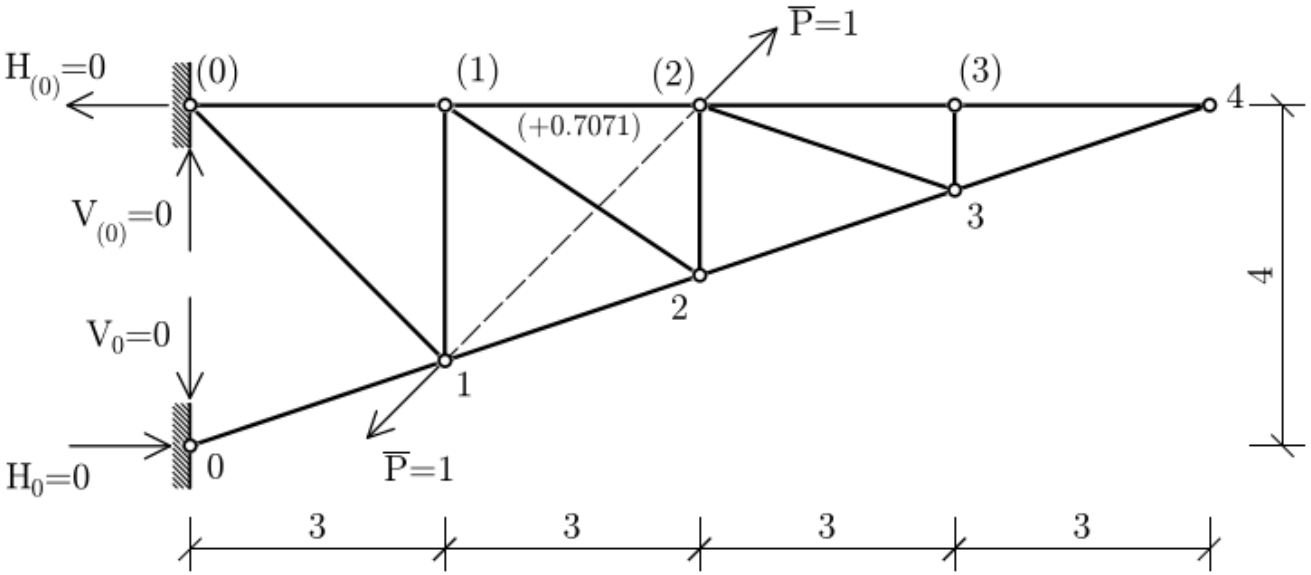


$$O_1 = O_2 = O_3 = O_4 = -\frac{M_3}{h_3} = -\frac{-1 \times 3}{1} = 3$$

$$\delta_{v4} = \int_s \bar{N} \alpha_t t^o \mathrm{ds} = 10^{-5} \cdot 10 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 = 3.6 \cdot 10^{-3} \mathrm{m} = 3.6 \mathrm{mm}$$

Primer 2: promena rastojanja čvorova 1 i (2) usled t^o

Generalisane sile daju uticaje u štapovima polja 2. Pošto temperatura t^o deluje samo u štapovima gornjeg pojasa, potrebna nam je samo sila u štapu O_2.

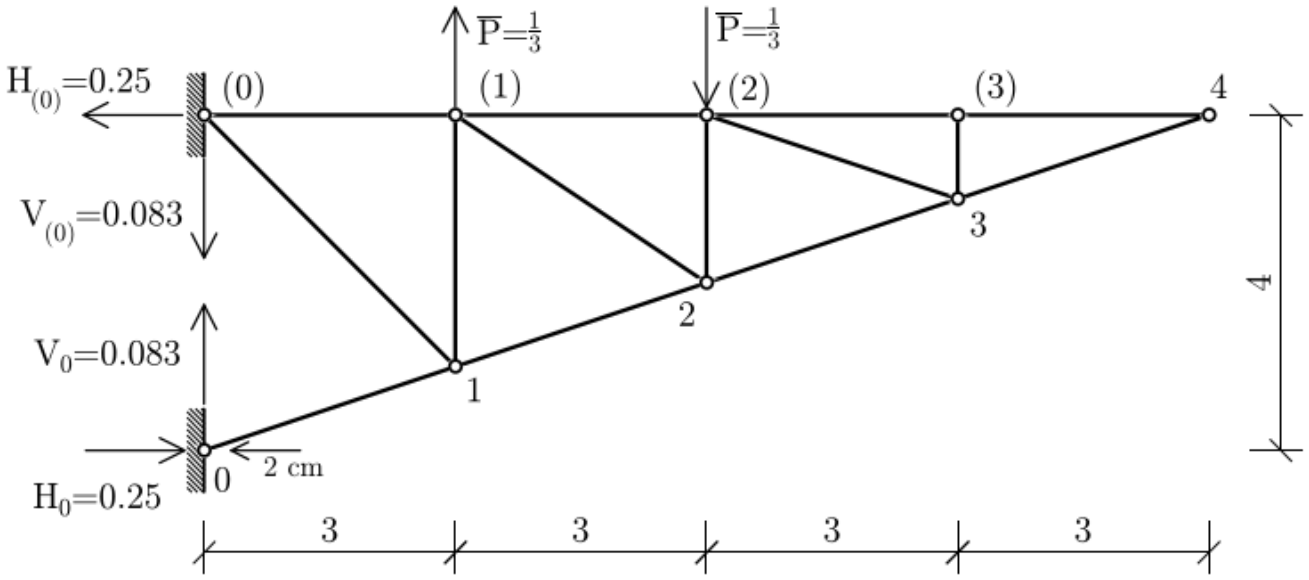


$$O_2 = -\frac{M_2}{h_2} = -\frac{-0.7071 \times 2}{2} = 0.7071 \text{ kN}$$

$$\delta_{1(2)} = \int_s \bar{S}\alpha_t t^o \mathrm{ds} = 10^{-5} \cdot 10 \cdot 0.7071 \cdot 3 = 0.212 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}$$

Primer 2: obrtanje štapa O_2 usled pomeranja oslonca

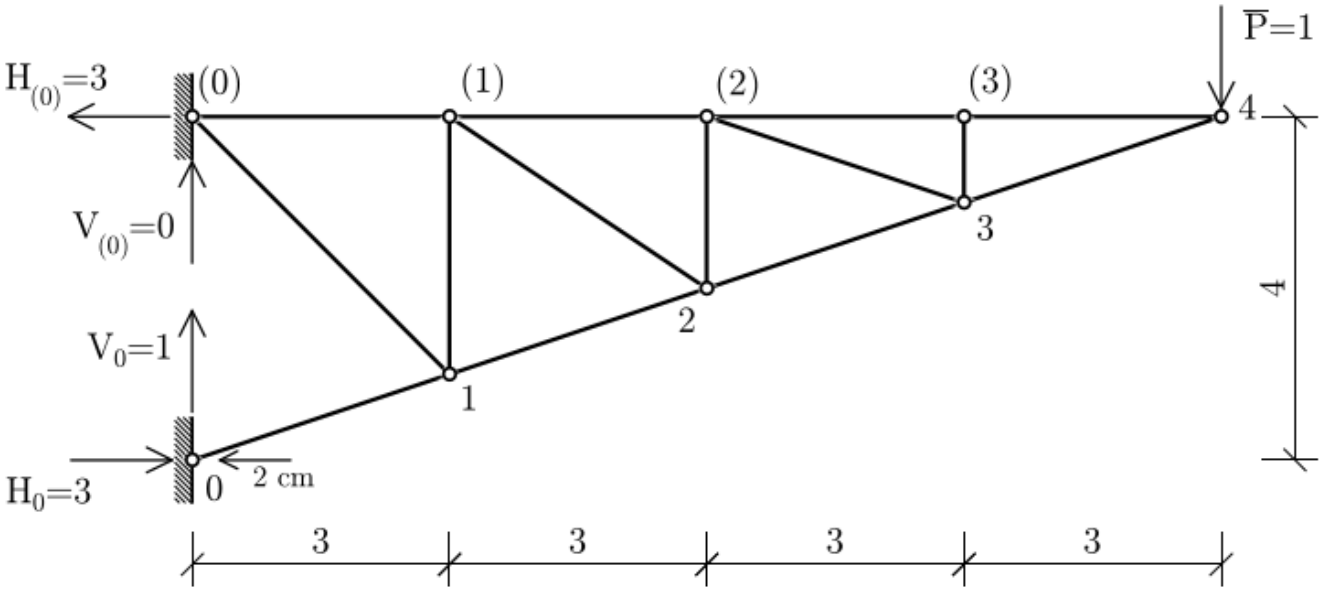
Potrebno je da nađemo horizontalnu komponentu reakcije u čvoru 0 usled generalisane sile. Generalisana sila je jedinični momenat koji obrće štap O_2, pa je tražena reakcija deo sprega sila koji se opire generalisanoj sili.



$$H_0 = H_{(0)} = \frac{\frac{1}{3}3}{4} = 0.25 \text{ kN}$$

$$\delta_{\varphi c} = -\sum_s \bar{C}_j c_j = -(-0.25) \cdot 0.02 = 0.005 \text{ rad} = 17'11''$$

Primer 2: vertikalno pomeranje čvora 4 usled pomeranja oslonca



$$H_0 = H_{(0)} = \frac{1 \cdot 12}{4} = 3 \text{ kN}$$

$$v_{4c} = -\Sigma \bar{C}_j c_j = -(-3) \cdot 0.02 = 0.06 \text{ m}$$