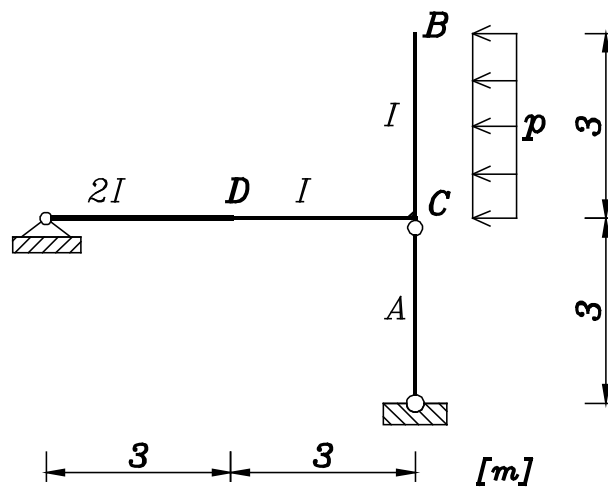


**ODREĐIVANJE POMERANJA KOD STATIČKI ODREĐENIH NOSAČA
 (REŠEN BROJNI PRIMER)**

Za nosač i opterećenje prikazano na skici, odrediti:

- Razmicanje tačaka **D** i **B**
- Promenu ugla između tačaka **D** i **B**
- Vertikalno pomeranje tačke **C**
- Horizontalno pomeranje tačke **B**

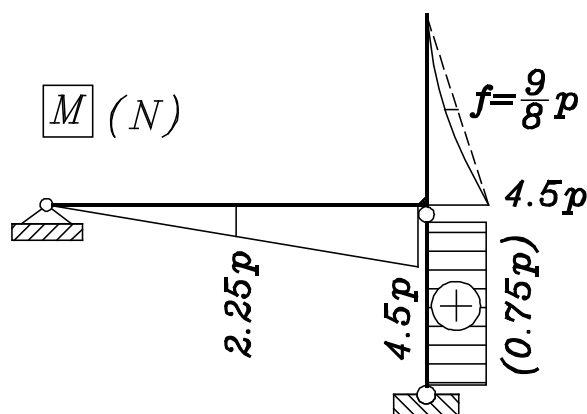
$$\frac{I}{A} = 0.1m^2$$



Slika 1

REŠENJE:

Dijagram momenta savijanja (i normalne sile na prostom štapu) usled spoljašnjeg opterećenja prikazani su na slici 2:



Slika 2

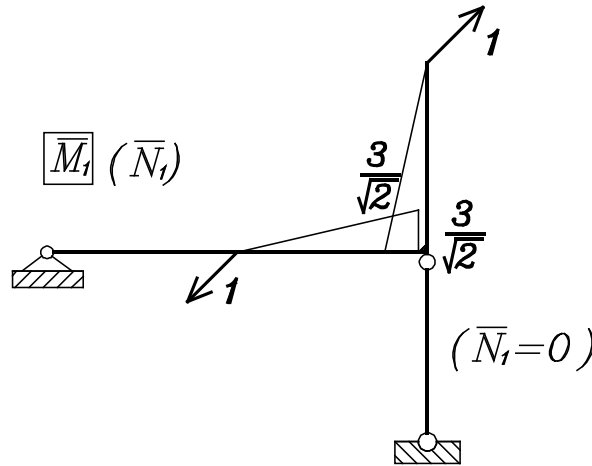
a) Razmicanje tačaka **D i **B****

Generalisana sila za određivanje razmicanja tačaka D i B je par jediničnih sila koje deluju kao što je prikazano na slici 3.

Dijagram momenta savijanja (i normalne sile na prostom štapu) usled para jediničnih sila prikazani su na slici 3:

$$\Delta l^{DB} = \int_s \left(\frac{N \cdot \bar{N}_1}{E \cdot A} + \frac{M \cdot \bar{M}_1}{E \cdot I} \right) ds = \frac{1}{EI} \int_s \left(N \cdot \bar{N}_1 \frac{I}{A} + M \cdot \bar{M}_1 \right) ds = \frac{1}{EI} \int_s M \cdot \bar{M}_1 ds$$

$$\Delta l^{DB} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{3}{6} \cdot \frac{3p}{\sqrt{2}} \cdot (2.25 + 2 \cdot 4.5) - \frac{3}{3} \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot 4.5p + \frac{3}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{9p}{8} \right] = -19.09 \frac{p}{EI}$$



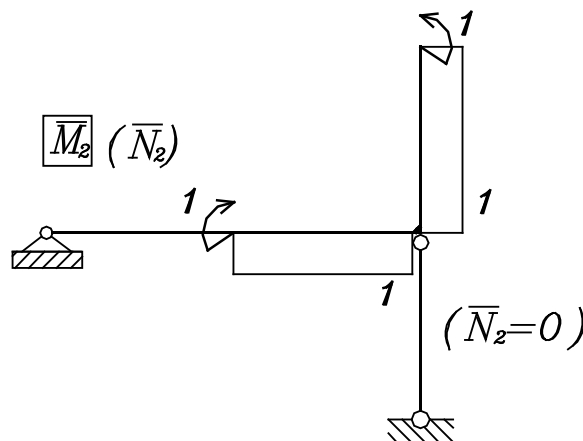
Slika 3

Napomena: za dati smer delovanja opterećenja p i smer delovanja para jediničnih sila (generalisane sile), dobijeno razmicanje tačaka je negativno. To znači da dolazi do smanjena rastojanja između tačaka D i B (tj. dolazi do približavanja tačaka D i B).

b) Promena ugla između tačaka D i B

Generalisana sila za određivanje promene ugla između tačaka D i B je par jediničnih koncentrisanih momenata koji deluju kao što je prikazano na slici 4.

Dijagram momenta savijanja (i normalne sile na prostom štapu) usled para jediničnih momenata (slika 4):



Slika 4

$$\Delta \varphi^{DB} = \int_s \left(\frac{N \cdot \bar{N}_2}{E \cdot A} + \frac{M \cdot \bar{M}_2}{E \cdot I} \right) ds = \frac{1}{EI} \int_s \left(N \cdot \bar{N}_2 \frac{I}{A} + M \cdot \bar{M}_2 \right) ds = \frac{1}{EI} \int_s M \cdot \bar{M}_2 ds$$

$$\Delta \varphi^{DB} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot (2.25p + 4.5p) \cdot 1 + \frac{3}{2} \cdot 4.5p \cdot 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{9p}{8} \cdot 3 \cdot 1 \right] = 14.625 \frac{p}{EI}$$

c) **Vertikalno pomeranje tačke C**

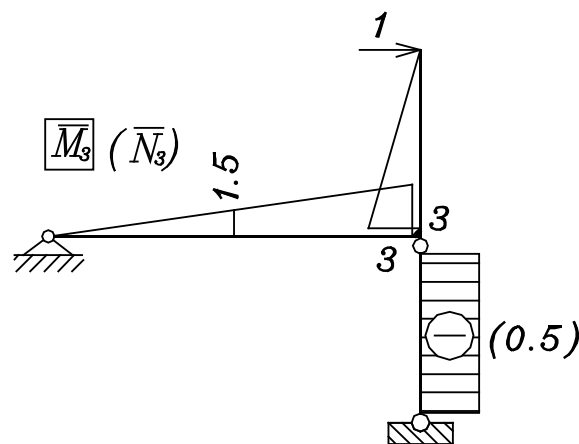
Vertikalno pomeranje tačke C može se najjednostavnije odrediti preko promene dužine prostog štapa:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{EA} = \frac{0.75p \cdot 3}{EA} = \frac{2.25p}{EA} = \frac{2.25p}{EI} \cdot \frac{l}{A} = 0.225 \frac{p}{EI}$$

d) **Horizontalno pomeranje tačke B**

Generalisana sila za određivanje horizontalnog pomeranja tačke B je jedinična horizontalna sila u tački B, kao što je prikazano na slici 5.

Dijagram momenta savijanja (i normalne sile na prostom štapu) usled jedinične sile u tački B (slika 5):



Slika 5

Budući da se na posmatranom nosaču normalne sile u prostom štapu javljaju i usled delovanja spoljašnjeg opterećenja i usled delovanja jedinične generalisane sile, u ovom slučaju, prilikom određivanja horizontalnog pomeranja tačke B, treba uzeti u obzir i uticaj normalnih sila (na prostom štapu) na deformaciju nosača. Pri tome, treba voditi računa o odnosu I/A , pri čemu je I usvojeni referentni moment inercije (u ovom primeru, moment inercije dela grednog nosača), a A je površina posmatranog prostog štapa. Na delu grednog nosača levo od tačke D moment inercije oznosi $2I$, pa je i ovo potrebno uzeti u obzir što je pokazano u izrazu ispod.

$$u_B = \int_s \left(\frac{N \cdot \bar{N}_3}{E \cdot A} + \frac{M \cdot \bar{M}_3}{E \cdot I} \right) ds = \frac{1}{EI} \int_s \left(N \cdot \bar{N}_3 \frac{I}{A} + M \cdot \bar{M}_3 \right) ds$$

$$u_B = \frac{1}{EI} \left[-\frac{3}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.5 \cdot 2.25p - \frac{3}{6} \cdot [1.5 \cdot (2 \cdot 2.25p + 4.5p) + 3 \cdot (2.25p + 2 \cdot 4.5p)] - \frac{3}{3} \cdot 3 \cdot 4.5p + \frac{3}{3} \cdot 3 \cdot \frac{9}{8}p - \frac{EI}{EA} \cdot 3 \cdot 0.5 \cdot 0.75p \right] = -38.55 \frac{p}{EI}$$